2027 年合格目標
公務員講座

地上 国般	理系 技術職	心理職 福祉職	経験者
警察官 消防官	国家 総合職	外務 専門職	教員

数的処理（上）

テキスト・問題集

該当講義回 ： 数的処理　第 1 回（数的推理①）

体験入学用抜粋版

無断複製・無断転載を禁じます。

資格の学校 TAC

数的処理　テキスト（上）

目次

数的推理

§1 文章題

要点整理

1　文章題の解き方

文章題では，次の点に留意しながら解いていくとよい。

(1)　**文章をよく読んで，設定を正確に読み取る**。このとき，選択肢も必ず見るようにする。重要なところには，アンダーラインを引いたり，$\boxed{\text{囲み}}$を付けたりしながら，文章に書かれている状況や**テーマを把握**する。

(2)　**状況やテーマに応じて，図を書いたり，表に整理したりする**。

(3)　**目標(求めたい量や知りたい量)を明確にする**。求めたい量や知りたい量$=x$とおくと上手くいくことが多い。

〈**注意**〉xには，例えば「x(人)，x(円)，x(個)」などの**単位を付ける**だけで，かなり具体的になる。また，**文字の置き過ぎに注意**する。置き過ぎると，計算が大変になるばかりでなく，何を求めればよいのか迷ってしまい，正解までたどり着けなくなってしまう。

(4)　**通常，未知数(文字)の数と式の数が等しいとき，解が1組定まる**。

2　連立方程式

(1)　連立方程式の解き方の原則は1文字ずつ未知数を消去することである。

(2)　解法には代入法と加減法の2つの方法がある。

$\boxed{\text{例}}$　次のような連立方程式の解は次のように求めることができる。

$$\begin{cases} 2x-3y=1 \\ -x+2y=0 \end{cases}$$

❶　**代入法**

一方の式をxまたはyについて解き，もう一方の式に代入することで，1文字消去する方法

下の式を移項して$x=2y$とし，上の式に代入すれば，上の式の左辺は$2\times2y-3y=4y-3y=y$となるから，$y=1$を得る。したがって，$x=2y$に$y=1$を代入して，$x=2$となる。

よって，この連立方程式の解は$x=2$および$y=1$である。

❷　**加減法**

xまたはyの係数をそろえて，2つの式を足したり引いたりして，1文字消去する方法

下の式の両辺を2倍して上の式と並べ，式を足し算する。このとき，足し方はxの項どうし，およびyの項どうしを足す。その結果，$y=1$となる。

この計算により，xの項が消去できたので，あとは，$-x+2y=0$に$y=1$を代入して移項すれば，$x=2$を得る。

よって，この連立方程式の解は$x=2$および$y=1$である。

3　年齢算

文章題には様々なテーマが存在するが，公務員試験で出題されるもの有名なものに「年齢算」がある。「10年後の年齢はAがBの2倍になる」のような，**何年か前や後の年齢に関する文章題を「年齢算」**という。年齢算では，次式を用いて立式する。

公式	（今日から）ピッタリn年前の年齢＝（現在の年齢）－n（歳） （今日から）ピッタリn年後の年齢＝（現在の年齢）＋n（歳）

例題1

あるコンサートではA席，B席の2種類のチケットを発売しており，チケット1枚あたりの価格はA席が8,000円，B席が6,000円である。発売期間終了後の発表では，2種類で合計2,000枚発売し，1,360万円の売上があったという。A席のチケットは何枚売れたか。

1．500枚
2．600枚
3．700枚
4．800枚
5．900枚

解 説

A席のチケットの販売枚数＝x(枚)，B席のチケットの販売枚数＝y(枚)とおく。このとき，「**2種類で合計2,000枚販売した**」ので，次の式で表せる。

$x+y=2000$…①

また，「**チケット1枚あたりの価格はA席が8,000円，B席が6,000円である**」ことと「**1,360万円の売上があった**」ので，これは次の式で表せる。

$8000x+6000y=13600000$…②

②は両辺を2000で割ることで係数を小さくできる。

$4x+3y=6800$…③

①×3を計算により，$3x+3y=6000$…④として，③のyの係数である3に揃える。

加減法を用い，③－④で$3y$を消去すれば，

$$\begin{array}{rl} & 4x+3y=6800 \\ -) & \underline{3x+3y=6000} \\ & x\qquad=\ 800 \end{array}$$

となり，A席の販売枚数は800枚であることがわかる。

正解 4

問題編

問題1-1	国家専門職H22

　ある家では，ペットボトルの天然水を毎月8本消費する。従来はすべてスーパーで購入していたが，通信販売で6本入りケースを購入すると，1本当たりの価格はスーパーの半額であり，別途，1回の配送につき，ケース数にかかわらず一律の配送料金がかかることが分かった。また，毎月，通信販売で1ケースを，スーパーで残り2本を購入すると月ごとの経費は従来より300円安くなり，3か月間に2回，通信販売で2ケースずつ購入すると月ごとの平均経費は従来より680円安くなることが分かった。このとき，スーパーでの1本当たりの価格はいくらか。

1．160円
2．180円
3．200円
4．220円
5．240円

解 説

　求めたいペットボトルの天然水の「スーパーでの1本当たりの価格」をx(円/本)とおく。このとき，「通信販売で6本入りケースを購入すると，1本当たり価格はスーパーの半額」になるので，通信販売における1本当たりの価格は$0.5x$(円/本)である。また，通信販売では1回の配送につき，ケース数にかかわらず一律の配送料金がかかるので，この配送料金をy(円/回)とおく。

「毎月，通信販売で1ケース(6本)を，スーパーで残り2本を購入すると月ごとの経費は従来(6＋2＝8本すべてをスーパーで購入)より300円安くなり」を式にすれば，$(0.5x\times6+y)+x\times2=x\times8-300$となり，$3x-y=300$ …①が成り立つ。「3か月間に2回，通信販売で2ケースずつ購入すると月ごとの平均経費は従来より680円安くなる」ことが分かったとあるので，3か月の合算で式を立てれば，$(0.5x\times6\times2+y)\times2=x\times8\times3-680\times3$となり，$6x-y=1020$ …②が成り立つ。

　①，②を連立して解けば，$x=240$(円/本)となる。

正解 5

問題1-2	東京都Ⅰ類H29

ある4人家族の父，母，姉，弟の年齢について，今年の元日に調べたところ，次のA～Dのことが分かった。

A　姉は弟より4歳年上であった。

B　父の年齢は姉の年齢の3倍であった。

C　5年前の元日には，母の年齢は弟の年齢の5倍であった。

D　2年後の元日には，父と母の年齢の和は，姉と弟の年齢の和の3倍になる。

以上から判断して，今年の元日における4人の年齢の合計として，正しいのはどれか。

1．116歳
2．121歳
3．126歳
4．131歳
5．136歳

解説

今年の元日の姉の年齢をx歳とすると，条件Aより弟の年齢は（$x-4$）歳，条件Bより父の年齢は$3x$歳とおける。また，今年の元日の母の年齢をy歳とする。

条件Cより，$y-5=(x-4-5)\times 5$となり，これを整理すると$y=5x-40$…①となる。

さらに条件Dより，$(3x+2)+(y+2)=\{(x+2)+(x-4+2)\}\times 3$となり，これを整理すると$y=3x-4$…②となる。①，②を連立させて解くと，$x=18$，$y=50$となり，今年の元日の年齢は，父は54歳，母は50歳，姉は18歳，弟は14歳となる。

よって，4人の年齢の合計は136歳となる。

正解 5

§2 不定方程式

要点整理

1　不定方程式

未知数の個数が方程式の数より多いとき，解が定まらない「不定」方程式となる。数的処理の不定方程式の問題では，**解に自然数や0以上の整数という条件**が付くので，これを利用して解くことが多い。

2　不定方程式の解法

(1)　**選択肢を利用する**。選択肢が「**(あり得る)解の候補**」になっていることが多い。このような場合は，選択肢を逐次代入していくとよい。

(2)　連立の不定方程式では，未知数を減らす。

(3)　解が整数や自然数であることを利用して，解の範囲を絞り込む。

(4)　**倍数に着目する**。

例　方程式$2x+3y=17$の解が自然数となるとき，解をすべて求めよ。

yは自然数であり，$3y$は17より小さいので，$y=1$，2，3，4，5に絞れる[解法(3)]。さらに，$2x$は偶数（＝2の倍数）であり，17は奇数なので，$3y$は奇数である[解法(4)]。したがって，$y=1$，3，5に絞れる[解法(3)]。

・$y=1$のとき$2x+3\times1=17$より$x=7$

・$y=3$のとき$2x+3\times3=17$より$x=4$

・$y=5$のとき$2x+3\times5=17$より$x=1$となる[解法(1)]。

よって，解は$(x,\ y)=(7,\ 1)$，$(4,\ 3)$，$(1,\ 5)$となる。

例題2	

太郎君は1個90円のリンゴを，花子さんは1個130円のリンゴをそれぞれ何個か買ったところ，2人が支払った代金の合計は8,100円であった。

このとき，花子さんが買ったリンゴの個数として，あり得るのはどれか。

1．48個
2．50個
3．54個
4．58個
5．63個

解説

太郎君の購入したリンゴの個数をx(個)，花子さんの購入したリンゴの個数をy(個)とおく。このとき，求めたいのはyである。

条件より，$90x+130y=8100$…①と立式できる。

未知数(文字)がx，yの2つに対して，方程式が①の1つしか立たず，未知数の数が方程式の数より多いので，**不定方程式**の問題であることがわかる。

①の両辺を10で割った，$9x+13y=810$…②について，xとyが自然数であることに着目すれば，$9x$は9の倍数であり，$13y$は13の倍数である。②の各項で共通する倍数に注目すると，810も9の倍数であることから，移項して右辺に9の倍数を集めると，②は$13y=810-9x=9(90-x)$…③と変形できる。すると，③の右辺は9の倍数なので，等号で結ばれた③の左辺も(13の倍数でもあるが)9の倍数となり，yは9の倍数といえる。

選択肢には，花子さんの購入したリンゴの個数y(個)の「**あり得るもの**」が1つだけ含まれており，9の倍数でない選択肢1，2，4はありえない。選択肢3の$y=54$(個)か選択肢5の$y=63$(個)に絞れる※。

$y=54$(個)のとき，②に代入すれば$x=12$(個)となり，x，yのいずれも自然数となるが，$y=63$(個)のとき，$x=-1$(個)となり，自然数とならず不適である。

※　選択肢3の$y=54$(個)か選択肢5の$y=63$(個)に絞れた時点で，**どちらか一方の値だけを②に代入すればよい**。代入する数値は計算の簡単な方(一般的に数値の小さい方)を選ぶと良い。

正解 3

問題編

問題1-3	国家一般職H24

80円，30円，10円の3種類の切手を，合わせて30枚，金額の合計でちょうど1,640円になるように買いたい。このような買い方に合致する切手の枚数の組合せは何通りか。

1．1通り
2．2通り
3．3通り
4．4通り
5．5通り

解説

買う枚数をそれぞれ，80円切手をx(枚)，30円切手をy(枚)，10円切手を$30-x-y$(枚)とおき，**金額の合計に関する式を作る**と，次のようになる。

$80x+30y+10\times(30-x-y)=1640$

整理すると，

$7x+2y=134$…①

となる。①を倍数がわかりやすいように変形すると，次のようになる。

$7x=2(67-y)$…②

②を見れば，$(67-y)$は**0より大きく67より小さい7の倍数**であり(右図)，「切手は合わせて30枚」なので，30円切手の枚数y(枚)は30より小さい数である。右図の中で，yが30を超えるものを除けば，$(67-y)$として考えられるのは，42，49，56，63に**絞り込める**。そこで，**これらの数をそれぞれ②に代入して検討**してみる。

> ざっと見積もれば，
> $67-y=7$，14，21，28，35，42，
> 49，56，63
> が考えられる。

(1)　$67-y=42$のとき，$y=25$で，②より$7x=2\times42$となり，$x=12$となる。$x+y>30$となり不適。

(2)　$67-y=49$のとき，$y=18$で，②より$7x=2\times49$となり，$x=14$となる。$x+y>30$となり不適。

(3)　$67-y=56$のとき，$y=11$で，②より$7x=2\times56$となり，$x=16$となる。$x+y<30$となり条件を満たす。

(4)　$67-y=63$のとき，$y=4$で，②より$7x=2\times63$となり，$x=18$となる。$x+y<30$となり条件を満たす。

よって，買い方は2通りとなる。

正解 2

§3 不等式/過不足算

要点整理

1　不等式

等式と同様に，**移項して「$x≧\cdots$」や「$x≦\cdots$」の形に変形していく**。このとき，負の数を掛ける（割る）と不等号の向きが入れ替わることに注意すること。

例1 $3>-5$の両辺に-1を掛けると$-3<5$となる。

例2 不等式$-2x≧6$を解くとき，両辺に$-\frac{1}{2}$を掛けると，**不等号の向きが変わり**，$x≦-3$となる。

2　不等式の文章題

(1)　**不等式の立式**

大小関係を表す条件を式で表す。

❶「AはBより大きい（多い）」⇔「A＝$\boxed{\text{Bより大きい}}$＞B」⇔「A＞B」　※A＝Bは含まない

❷「AはBより小さい（少ない）」⇔「A＝$\boxed{\text{Bより小さい}}$＜B」⇔「A＜B」　※A＝Bは含まない

❸「AはB以上である」⇔「A＝$\boxed{\text{B以上}}$≧B」⇔「A≧B」　※A＝Bを含む

❹「AはB以下である」⇔「A＝$\boxed{\text{B以下}}$≦B」⇔「A≦B」　※A＝Bを含む

❺「AはB未満である」⇔「A＝$\boxed{\text{B未満}}$＜B」⇔「A＜B」　※A＝Bを含まない

※　「PはQよりn（だけ）大きい」は，不等式ではなく等式「P＝Q＋n」で表現される。このように，「大きい」や「小さい」という言葉だけで判定しないようにすること。

(2)　ややこしい例を挙げておく。文章の意味を理解しながら立式すること

❶「PはQより5歳年上だ」⇔「P＝Q＋5（歳）」

❷「PはQより5歳以上年上だ」⇔「P＝Q＋$\boxed{\text{5（歳以上）}}$≧Q＋5（歳）」⇔「P≧Q＋5（歳）」

❸「PはQより5歳年下だ」⇔「P＝Q－5（歳）」

❹「PはQより5歳以上年下だ」⇔「P＝Q－$\boxed{\text{5（歳以上）}}$≦Q－5（歳）」⇔「P≦Q－5（歳）」

3　過不足算（過不足の不等式）

「AをBに配分すると，Aに過剰分や不足分が発生する」という条件から，不等式を立式する問題である。不等式の定番問題である。

例題3	

ある本数の鉛筆を子供たちに配ることにした。それぞれの子供に3本ずつ配ると32本余り，4本ずつ配ると15本より多く余った。そこで，6本ずつ配ると鉛筆が15本以上不足した。このとき，子供の人数として正しいのはどれか。

1．13人
2．14人
3．15人
4．16人
5．17人

解 説

子供の人数をx(人)，鉛筆の本数をy(本)とする。

「それぞれの子供に3本ずつ配ると32本余る」ので，この条件は$y=3x+32$(本)…①と表せる。

「4本ずつ配ると15本より多く余った」とあるので，この条件は$y=4x+\boxed{\text{15本より多い}}>4x+15$，つまり，$y>4x+15$…②と表せる。

「6本ずつ配ると鉛筆が15本以上不足した」とあるので，この条件は$y=6x-\boxed{\text{15本以上}}\leqq 6x-15$，つまり，$y\leqq 6x-15$…③と表せる。

①を②と③に代入し，yを消去すれば，$3x+32>4x+15$および$3x+32\leqq 6x-15$となり，これを整理すると，$\frac{47}{3}\leqq x<17$となる。$\frac{47}{3}=15.666\cdots$より，$15.666\cdots\leqq x$(人)$<17$を満たす人数(自然数)$x$は16のみとなる。

正解 4

問 題 編

問題1-4	東京都Ⅰ類H29

　ある催し物の出席者用に6人掛けの長椅子と4人掛けの長椅子を合わせて21脚用意した。6人掛けの長椅子だけを使って6人ずつ着席させると，36人以上の出席者が着席できなかった。6人掛けの長椅子に5人ずつ着席させ，4人掛けの長椅子に4人ずつ着席させると，12人以上の出席者が着席できなかった。また，6人掛けの長椅子に6人ずつ着席させ，4人掛けの長椅子に4人ずつ着席させると，出席者全員が着席でき，席の余りもなかった。このとき，出席者の人数として，正しいのはどれか。

1．106人
2．108人
3．110人
4．112人
5．114人

解 説

　6人掛けの長椅子と4人掛けの長椅子の数をそれぞれx(脚)，y(脚)とする。

　最初の条件「6人掛けの長椅子と4人掛けの長椅子を合わせて21脚用意した」より，$x+y=21$…①が成り立つ。また，最後の条件「6人掛けの長椅子に6人ずつ着席させ，4人掛けの長椅子に4人ずつ着席させると，出席者全員が着席でき，席の余りもなかった」より，出席者の人数は$6x+4y$(人)であることがわかる。これを，便宜上z(人)とする。つまり，$z=6x+4y$…②とする。

　条件「6人掛けの長椅子だけを使って6人ずつ着席させると，36人以上の出席者が着席できなかった」より，$z=6x+\boxed{\text{36人以上}}\geqq 6x+36$，つまり，$z\geqq 6x+36$…③が成り立つ。

　また，条件「6人掛けの長椅子に5人ずつ着席させ，4人掛けの長椅子に4人ずつ着席させると，12人以上の出席者が着席できなかった」より，$z=5x+4y+\boxed{\text{12人以上}}\geqq 5x+4y+12$，つまり，$z\geqq 5x+4y+12$…④が成り立つ。

　②を③と④に代入しzを消去すれば，$6x+4y\geqq 6x+36$および$6x+4y\geqq 5x+4y+12$となる。これを整理すると，それぞれ，$y\geqq 9$，$x\geqq 12$を得る。①より，この不等式の中で条件を満たすのは，等号の成立する$x=12$(脚)，$y=9$(脚)のときしかない。

　よって，出席者の人数は$z=6\times 12+4\times 9=108$(人)である。

正解 2

§4 比

要点整理

1　比

いくつかの0でない数や数量の関係を表したもの。$a:b$のように表す。**比は，全体に同じ数をかけたり割ったりすることで，簡単な比に直すことができる。**

2　比の具体化

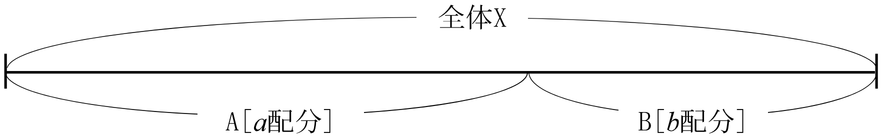
比が与えられたときは，各数量を文字を使って具体的に実数として表現できる。例えば，X社への出資金(単位は円)として，A社とB社とC社の出資比率がそれぞれ5：3：2であることがわかっていたとしても，A社＝5万円，B社＝3万円，C社＝2万円出資したのか，A社＝5,000万円，B社＝3,000万円，C社＝2,000万円出資したのかはわからない。そこで，A社＝$5k$(万円)，B社＝$3k$(万円)，C社＝$2k$(万円)出資したとおくと，「A社とB社とC社の出資比率がそれぞれ5：3：2」を具体的に，**実数**として表現できる。なお，A社＝x(万円)，B社＝y(万円)，C社＝z(万円)出資したとして，$x:y:z=5:3:2$とすることもできるが，この場合，文字はx，y，zの3つが必要になる。一方，上記のk倍する方法では文字をkの1つで済ませることができ，**文字を少なくすること**ができる。

3　2数の比の式

例えば，20：15＝4：3であるが，比の外側の2数(20と3)の積は20×3＝60であり，内側の2数(15と4)の積は15×4＝60となり，2つの積の値が一致する。このように，2数の比の式$a:b=c:d$では，「**外項の積＝内項の積**」が成り立つ。つまり$a\times d=b\times c$が成り立つ。

4　比例配分

全体XをAとBにそれぞれ$a:b$に比例配分する。⇨ 2つの解法がある。



〈解法1〉　上記2のように，A＝ak，B＝bkとおく。X＝A＋Bより，$k=\dfrac{1}{a+b}$X と求まり，A＝$ak=\dfrac{a}{a+b}$X，B＝$bk=\dfrac{b}{a+b}$X となる。

〈解法2〉　Xを$a+b$等分して，このうちAにa個分，Bにb個分配分する。A＝$\dfrac{a}{a+b}$X，B＝$\dfrac{b}{a+b}$X となる。

例　240本の鉛筆をAとBにそれぞれ2：3に比例配分する。このとき，A，Bには何本ずつ配分すればよいだろうか。

〈解法1〉　A＝2k(本)，B＝3k(本)として，240＝2k＋3kより，5k＝240からk＝48を得る。よって，A＝2×48＝96(本)，B＝3×48＝144(本)ずつ配分すればよい。

〈解法2〉　240本を2＋3＝5(等分)すると，1等分当たり240÷5＝48(本)となる。これをAには2個分，Bには3個分配分して，A＝2×48＝96(本)，B＝3×48＝144(本)となる。

5　連比

3つ以上の数の比を1つの比の式にまとめて表したもの。

例　A：B＝2：3，B：C＝2：3のとき，A：B：Cをまとめて，簡単な比に直せばどうなるだろうか。

登場する文字どうしが比較できるように，両方の比の式に登場する文字の数値を揃えないといけない。そこで，次のように，両方の比の式に登場する文字と，これに対応する数値が上下に来るように並べる。

$$\begin{array}{llllll} A : \mathbf{B} & & = 2 : & \boxed{\mathbf{3}} & & \\ & \mathbf{B} : C = & & \boxed{\mathbf{2}} & : 3 & \end{array}$$

Bが両方の比の式に登場する。Bの対応する数値が上下それぞれで，3と2なので，統一して比較できるようにする。そのために，上式右辺を2倍，下式右辺を3倍すれば，

$$\begin{array}{llllll} A : \mathbf{B} & & = 4 : & \boxed{\mathbf{6}} & & \\ & \mathbf{B} : C = & & \boxed{\mathbf{6}} & : 9 & \end{array}$$

のように，Bを「6」に統一できる。まとめると，A：B：C＝4：6：9となる。

6　逆比(逆数の比)

(1)　**2数の逆比**

$a:b$の逆比は$\dfrac{1}{a}:\dfrac{1}{b}$である。$\dfrac{1}{a}:\dfrac{1}{b}$に$ab$をかければ，$\dfrac{1}{a}:\dfrac{1}{b}=b:a$となる。

(2)　**3数の逆比**

$a:b:c$の逆比は$\dfrac{1}{a}:\dfrac{1}{b}:\dfrac{1}{c}$である。$abc$をかければ，$\dfrac{1}{a}:\dfrac{1}{b}:\dfrac{1}{c}=bc:ca:ab$となる。

例題4	

兄と弟の貯金額の比は5：3であった。ところが，兄はそこから7,500円使い，弟は逆に1,000円貯金したので，兄と弟の貯金額の比は3：4になった。兄のはじめの貯金額として，正しいのはどれか。

1．10,000円
2．12,500円
3．15,000円
4．17,500円
5．20,000円

解 説

兄と弟のはじめの貯金額は，それぞれ$5k$(円)，$3k$(円)とおける。兄はそこから7,500円使い，弟は逆に1,000円貯金して，兄と弟の貯金額の比が3：4になったので，次の式が成り立つ。

$(5k-7500):(3k+1000)=3:4$

外項の積＝内項の積より，$4\times(5k-7500)=3\times(3k+1000)$となり，これを解けば，$k=3000$を得る。

よって，兄のはじめの貯金額は5×3000より，15,000円となる。

<u>正解 3</u>

問 題 編

問題1-5	国家専門職H13

ある高校で一年生全体に対して，現時点で考えている将来の進路について「進学希望」，「就職希望」，「未定」のいずれかを選択するようにアンケートを取ったところ，ア，イ，ウの結果を得た。「未定」を選択した生徒は何人か。

ア　一年生全体の生徒数と，「進学希望」と「就職希望」を選択した生徒数の合計の比は，5：4である。

イ　「就職希望」を選択した生徒数と一年生全体の生徒数の比は，9：50である。

ウ　「進学希望」を選択した生徒数は248人である。

1．50人
2．60人
3．70人
4．80人
5．90人

解 説

条件アとイの比の中で**共通している「一年生全体」**を利用して連比を作ると，次のようになる。

（就職希望）		（一年生全体）		（進学希望と就職希望）	
		5	:	4	⇦ 10倍する
9	:	50			
9	**:**	**50**	**:**	**40**	

「進学希望」の比は40－9＝「31」，「未定」の比は50－40＝「10」となる。よって，未定を選択した生徒をx(人)とおくと，条件ウより次の式が成り立つ。

$10:31=x:248$

この式を解くと，$31\times x=10\times 248$より，$x=80$(人)となる。

正解 4

§5 割合

要点整理

1　割合

全体の中で，どれくらいの部分を占めているかを数値化したものを割合という。

(1)　割合を考える上で最も大事なのは，「**全体が何なのか**」である。全体に具体的な実数値が与えられている場合を除けば，原則的に**全体＝1**として割合を分数（や小数）で表現することが多いが，状況に応じて**全体＝100（100%）**で表すこともある。

❶　**パーセント（%）**

百分率とも呼ばれ，全体を100としたときの割合である。

❷　**割（わり），分（ぶ）**

1割＝$\frac{1}{10}$，1分＝$\frac{1}{100}$である。

例　一般に，合格率（%）＝$\frac{\text{合格者数}}{\text{受験者数}}$×100，競争率（倍）＝$\frac{\text{受験者数}}{\text{合格者数}}$で求められる。

(2)「**Aに対するBの割合（%）」＝「BのAに対する割合（%）」＝$\frac{B}{A}\times 100$**

2　損益算（売買算）

売買（利益や損失）に関する文章題。利益は「プラス（＋）」で，損失は「マイナス（−）」で数値化する。

(1)　**2つの価格**

❶　**原価**＝仕入れの価格

❷　**定価**＝前もって定められた価格

(2)　**総利益**

総利益＝売上−原価の合計

(3)　増減について

「～%増し（増）」や「～割引き（減）」を読み違えないようにすること。

例　次の□にあてはまる数字はいくらか。

(1)　500円の3割増しは$\boxed{\text{ア}}$円である。

(2)　7,200円の25%引きは$\boxed{\text{イ}}$円である。

(3)　$\boxed{\text{ウ}}$円の5割増しは6,000円である。

(1)　500円の3割分は500×0.3＝150（円）に相当する。したがって，$\boxed{\text{ア}}$の「500円の3割増し」は500＋150＝<u>650（円）</u>である。なお，これを1つの式にすると，500×（1＋0.3）＝500×1.3＝<u>650（円）</u>となる。

(2)　7,200円の25%は，7,200円の$\frac{1}{4}$なので，4で割った1,800円が相当する。したがって，$\boxed{イ}$には，7,200円から1,800円を引いた5,400円が入る。あるいは，7,200円の25%引きは，7,200円の75%になるから，これを1つの式にすると，$7200\times(1-0.25)=7200\times0.75=7200\times\frac{3}{4}=$ 5400(円)となる。

(3)　$\boxed{ウ}=x$(円)とすれば，x円の5割増しは6,000円であるから，$x\times(1+0.5)=6000$と書ける。これを解けば，$x=6000\div1.5=6000\div\frac{3}{2}=6000\times\frac{2}{3}=$ 4000(円)となる。

例題5

7,200円で品物をいくつか仕入れ，1個あたり600円で全部売って，仕入れ総額の25%の利益を見込んだ。しかし，実際には何個かを600円で売り，残りを5%値引きして売ったため，全体で仕入れ総額の20%の利益しか得られなかった。このとき，600円で売った品物の個数として，正しいものはどれか。

1．1個
2．2個
3．3個
4．4個
5．5個

解説

600円で売れた品物の個数をx(個)とする。

25%の利益を見込んで定価600円で売ったので，原価は$600\div1.25=480$(円)であり，仕入れ総額が7,200円なので，仕入れた個数は$7200\div480=15$(個)である。

定価600円の5%引きの割引価格は$600-600\times5\%=570$(円)であり，仕入れ総額の20%の利益とは$7200\times20\%=1440$(円)である。

以上より，1個あたりの利益は，価格が600円のときは$600-480=120$(円)，570円のときは$570-480=90$(円)だけ生じる。これらを整理すると，下のようになる。

	価格(円/個)	個数(個)	利益(円/個)	利益小計(円)
原価	480	15	0	
定価	600	x	120	$120\times x$
割引価格	570	$15-x$	90	$90\times(15-x)$

総利益について立式すると，$120\times x+90\times(15-x)=1440$となり，これを解けば$x=3$(個)となる。

正解 3

問 題 編

問題1-6	東京消防庁Ⅰ類R5

ある商品を400個仕入れ，原価の2割の利益を見込んだ定価を付けて販売した。しかし，全部を販売することはできなかったので，売れ残った商品は定価の半額で販売し，全部売り切った。このときの利益が仕入れ総額の5％であったとすると，定価の半額で販売した商品の個数として，最も妥当なものはどれか。

1．80個
2．100個
3．120個
4．140個
5．160個

解 説

価格についての値がまったくないので，具体的に1個の原価を100円と設定して考える。このとき，2割の利益を見込んで定価をつけたので，1個当たりの利益は100×0.2＝20(円)より，1個の定価は100＋20＝120(円)である。また，売れ残った商品の価格は定価の半額であったので，1個につき120÷2＝60(円)となる。さらに，利益は仕入れ総額である100×400＝40000(円)の5％であったので，40000×0.05＝2000(円)である。

定価の半額で販売した商品の個数をx個とおくと，定価で販売した(400－x)個の商品からは，1個当たり20円の利益が出るので20×(400－x)円の利益となる。しかし，定価の半額で販売した商品からは1個当たり100－60＝40(円)の損失が出るので，x個で40x円の損失となる。

よって，最終的な利益は，20×(400－x)－40x(円)となり，これが前述の2000円と等しいので，20×(400－x)－40x＝2000が成り立ち，これを解けば，x＝100(個)となる。

正解 2

§6 濃度と混合

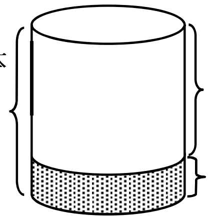
要点整理

1　食塩水

食塩水＝食塩＋水

(1) **食塩水の濃度(%)＝$\dfrac{\text{食塩の重さ(g)}}{\text{食塩水の重さ(g)}}\times 100$**

※ 食塩水の濃度とは，食塩水全体に占める食塩の割合(%)である。



❶ 食塩を混ぜる＝**濃度100%の食塩水を混ぜる**

❷ 水を加える＝**濃度0%の食塩水を混ぜる**

❸ 蒸発させる＝水のみを抜く＝**濃度0%の食塩水を引く**

(2) **食塩の重さ(g)＝食塩水の重さ(g)×$\dfrac{\text{食塩水の濃度(\%)}}{100(\%)}$**

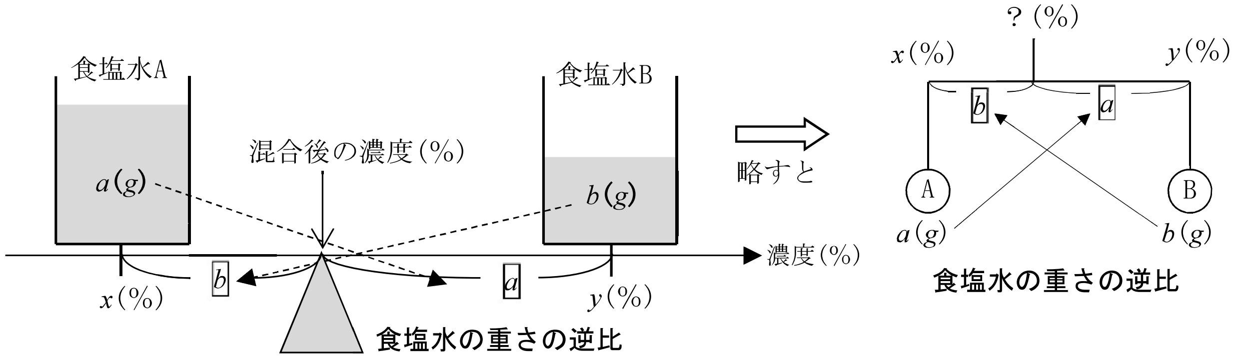
2　食塩水の混合

2つの食塩水を混合すると，混合後の**濃度は均一**になる。平均の計算のところでも詳しく述べるが，「平均を取る」とは「バランスを取る」ことである。バランスをイメージする方法として，シーソーや天秤を書くとわかりやすい。この**バランスを表す図**としてよく使われるのが「**天秤図**」である。

2つの食塩水A，Bを混ぜるとき，混合前の食塩水の重さの比は濃度変化の比と逆比の関係になる。つまり，

(Aの濃度と混合後の濃度変化)：(Bの濃度と混合後の濃度変化)＝(Bの重さ)：(Aの重さ)

が成り立つ。これをもとに，天秤図を書けば，下図のようになる。なお，右のぶら下がりの重りで書いた図は左図の略図である。



※　上の式は，混合後の濃度(%)＝$\dfrac{\text{Aの重さ}\times\text{Aの濃度(\%)}+\text{Bの重さ}\times\text{Bの濃度(\%)}}{\text{Aの重さ}+\text{Bの重さ}}$を変形することで示せる。

例題6	

3%の食塩水と8%の食塩水を混ぜ合わせ，6%の食塩水を500g作りたい。このとき，3%の食塩水は何g混ぜればよいか。

1．180g
2．200g
3．250g
4．270g
5．300g

解説

解法1　**食塩の重さに着目して，方程式で解く**

3%の食塩水と8%の食塩水をそれぞれA，Bとして，A，Bの重さをそれぞれx(g)，y(g)とおく。

	A	B	全体
濃度(%)	3	8	6
食塩水(g)	？＝x	y	500
食塩(g)	x×0.03	y×0.08	500×0.06＝30

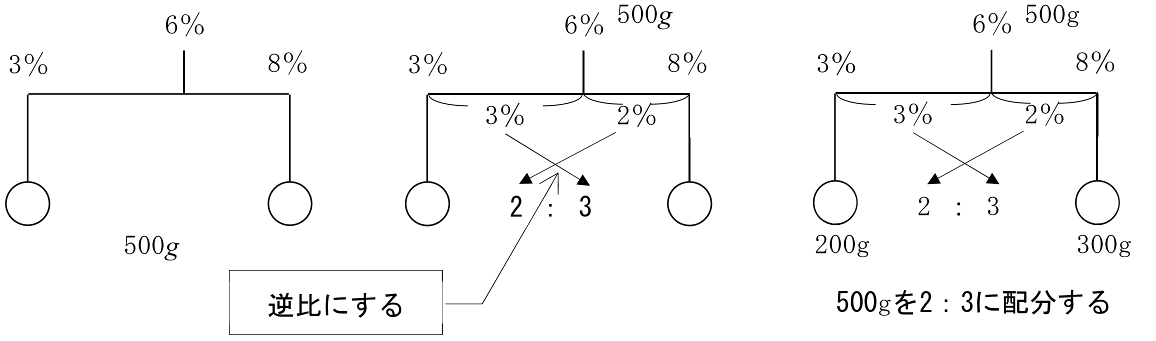
食塩水の重さの合計について$x+y=500$，食塩の重さの合計について，$0.03x+0.08y=30$が成り立ち，2つの式を連立方程式として解けば，$x=200$(g)，$y=300$(g)となる。

正解 2

解法2　**天秤図で解く**

濃度変化が3%から6%の3%と，8%から6%の2%であるので，濃度変化の比は3%：2%＝3：2となる。

食塩水の重さの比は濃度変化の比と逆比の関係にあるので，3%の食塩水の重さ：8%の食塩水の重さ＝2：3となる。食塩水の重さは両方合わせて500gなので，500gを2：3に配分すると，3%の食塩水が$500\times\dfrac{2}{2+3}=200$(g)，8%の食塩水が500－200＝300(g)となる。



例題7	

8%の食塩水200gと14%の食塩水50gを混ぜ合わせると何%の食塩水ができるか。

1．8.4%
2．8.5%
3．8.7%
4．9.0%
5．9.2%

解 説

解法1　**食塩の重さに着目して，方程式で解く**

8%の食塩水と14%の食塩水をそれぞれA，Bとして，表に書いて整理すると以下のようになる。

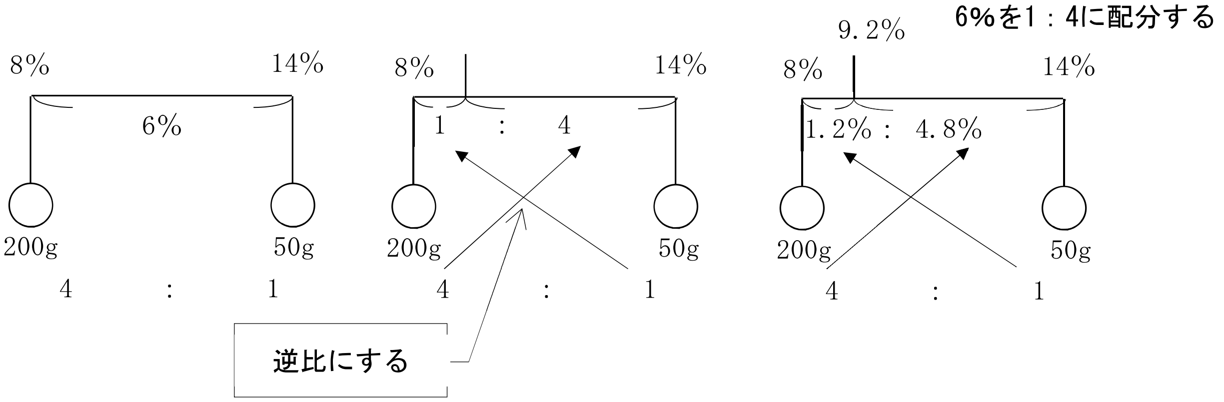
	A	B	全体
濃度(%)	8	14	?
食塩水(g)	200	50	200＋50＝250
食塩(g)	200×0.08＝16	50×0.14＝7	16＋7＝23

混合後の濃度＝$\frac{23}{250}$×100＝9.2(%)となる。

正解 5

解法2　**天秤図で解く**

食塩水の重さの比と濃度変化の比は逆比の関係にあるので，濃度変化の比は50(g)：200(g)＝1：4となる。混合前の濃度差14－8＝6(%)を1：4に配分すると，6÷(1＋4)＝1.2(%)なので，1：4＝1.2(%)：4.8(%)になる。したがって，混合後の食塩水の濃度は8＋1.2＝9.2(%)になる。



問 題 編

問題1-7	裁判所H15

甲，乙2種類の食塩水がある。甲3，乙1の割合で混ぜ合わせると濃度5%，甲1，乙3の割合で混ぜ合わせると濃度7%の食塩水が得られる。このとき，甲の食塩水の濃度に近いものは，次のうちどれか。

1．2.6%　　2．3.6%　　3．4.6%　　4．5.6%　　5．6.6%

解 説

解法1　**食塩の重さに着目して，方程式で解く**

甲3，乙1の割合で混ぜ合わせるとき，**実際の重さに関する条件が書かれていないので，甲を300g，乙を100gと仮定しても**，一般性を失わない。このとき，表を書いて考えれば，以下のようになる。

	甲	乙	全体
濃度(%)	x	y	5
食塩水(g)	300	100	300＋100＝400
食塩(g)	$300\times\frac{x}{100}=3x$	$100\times\frac{y}{100}=y$	400×0.05＝20

食塩の合計に着目すると，$3x+y=20$…①が成り立つ。

同様に，甲1，乙3の割合で混ぜ合わせるとき，甲を100g，乙を300gとすれば，以下のようになる。

	甲	乙	全体
濃度(%)	x	y	7
食塩水(g)	100	300	100＋300＝400
食塩(g)	$100\times\frac{x}{100}=x$	$300\times\frac{x}{100}=3y$	400×0.07＝28

食塩の合計に着目すると，$x+3y=28$…②が成り立つ。①，②を連立すれば，$x=4$(%)，$y=8$(%)を得る。ゆえに，甲の食塩水の濃度4%に近いものは選択肢2の3.6%である。

正解 2

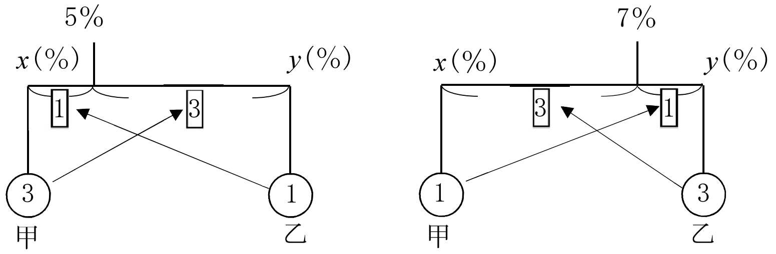
解法2　**天秤図で解く**

甲3，乙1の割合で混ぜ合わせると濃度が5%，甲1，乙3の割合で混ぜ合わせると濃度7%の食塩水ができるので，食塩水の濃度は$x<y$である。天秤図を書くと，**混合による甲の濃度変化：混合による乙の濃度変化＝乙の重さ：甲の重さ**であるので，2つの比例式が成り立つ。

$(5-x):(y-5)=1:3$

$(7-x):(y-7)=3:1$

外項の積＝内項の積より，$3(5-x)=y-5$と$7-x=3(y-7)$となり，この連立方程式を解くと，$x=4$(%)，$y=8$(%)を得る。



§7 平均

要点整理

1　平均値

数量の凹凸を「**平らに均し**」，不揃いでないようにすることを「平均する(平均を取る)」といい，その値を**平均値**という。平均値は合計(総量)を均等に分けることで定められる。

$$\textbf{平均値} = \frac{\textbf{数量の合計}}{\textbf{個数(人数)}}$$

これを変形すると，

数量の合計＝平均値×個数(人数)

となる。上式だけでなく，下式もよく用いる。

2　仮平均

平均値を計算するとき，しばしば合計が大きくなる場合が生じる。そこで，大きな合計を回避するために平均値に「当たり(仮平均)」を付けて，平均値を計算する方法を**仮平均法**という。仮平均を用いると，平均値は次のように計算できる。

$$\textbf{平均値} = \textbf{仮平均} + \frac{\textbf{(各数量－仮平均)の合計}}{\textbf{個数(人数)}}$$

＝仮平均＋(各数量－仮平均)の平均

＝仮平均＋差の平均　　　**〈注意〉**差の平均の「差」は符号(＋，－)付の量である。

例　秋田君がこれまでに受けた8回のテストの結果は，以下の表の通りであった。この後2回テストを受けて，全10回の平均点を80点としたい。このとき，残り2回で取らなくてはいけない平均得点はいくらか。

回	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
点数	75	86	73	67	92	78	76	85	?	?

〈解法1〉　10回の平均点を80点にしたいので，10回の合計点が何点になればよいかを考える。

合計点＝平均点×回数で求められるので，全10回で，80点×10回＝800点取ればよいことがわかる。8回目までの合計点が632点であるので，残り2回で800－632＝168点取ればよい。

残り2回の平均点は，平均値$=\frac{合計}{回数}$より，平均点$=\frac{168}{2}=84$(点)となる。

〈解法2〉　仮平均を80点とすると，「各数量－仮平均」＝「仮平均との差」は以下のようになる。1回目から8回目までの「仮平均との差」の合計値は，－5＋6－7－13＋12－2－4＋5＝－8(点)となる。

回	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
点数	75	86	73	67	92	78	76	85	?	?
差	−5	+6	−7	−13	+12	−2	−4	+5		

平均値＝仮平均＋仮平均との差の平均であり，平均値＝仮平均(＝80点)であるので，仮平均との差の平均＝0(点)となればよい。

$$\text{仮平均との差の平均}=\frac{(\text{各数量}-\text{仮平均})\text{の合計}}{\text{個数(人数)}}=\frac{-8(\text{点})+9\text{回目の点差}+10\text{回目の点差}}{10}$$

＝0(点)より，9回目の点差＋10回目の点差＝8(点)であればよく，1回平均4点多く取ればよいことになる。よって，残り2回で平均84点取ればよい。

4　平均の平均

平均値の異なる2つの集団に対して，2つを合わせた全体の平均値を求めるときは，**各集団の合計を求める**ことで，全体の平均値が求まる。

例　あるテストの2クラスのデータがわかっているとき，全体の平均点はいくらになるだろうか。

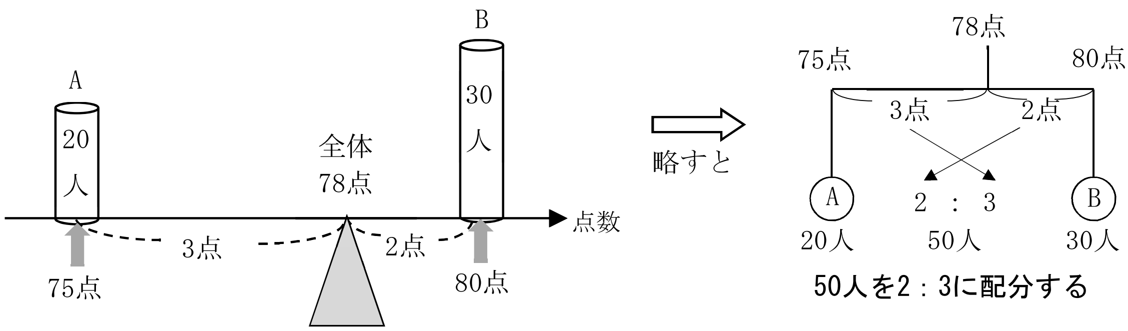
あるテストの2クラスのデータ

	Aクラス	Bクラス	全体
平均点(点)	75	80	?
人数(人)	20	30	50
合計(点)	1500	2400	3900

このとき，全体の平均点$=\frac{75\times20+80\times30}{20+30}=\frac{3900}{50}=78$(点)となる。

5　「平均の平均」の図示

上の例の表を図にすると下図である。下図はあたかも「シーソー・天秤」のように表されており，人数が重さに，点差が腕の長さに，全体の平均点が平衡点(バランスするところ，重心)に対応している。このシーソー・天秤のような図を「**天秤図**」という。



この図からもわかるように，A，Bの各クラス平均点と全体の平均点までの点差(3点および2点)が，それぞれのクラスの人数(20人および30人)の逆比になっている。つまり，3点 : 2点＝30人 : 20人が成り立っている。これは，一般の場合でも成り立ち，

「Aの平均値と全体の平均値との差 : Bの平均値と全体の平均値との差＝Bの要素の数 : Aの要素の数」

とまとめられる。

天秤図を書く際は，全体の平均値との差が要素の数の逆比になるように書くとよい。

※　上の式は，全体の平均値$=\frac{\text{Aの平均値}\times\text{Aの要素の数}+\text{Bの平均値}\times\text{Bの要素の数}}{\text{Aの要素の数}+\text{Bの要素の数}}$を変形することで示せる。

問題編

問題1-8	警視庁警察官Ⅰ類H20

A課の職員27人が昨年1年間に取得した有給休暇取得日数の平均は,B課の職員15人のそれよりも1.4日多く,A課とB課を合わせた平均取得日数は16.0日であった。A課の職員が昨年1年間に取得した有給休暇の平均取得日数はどれか。

1. 16.2日　2. 16.3日　3. 16.4日　4. 16.5日　5. 16.6日

解説

解法1　**合計に着目して，方程式で解く**

求めたいA課の有給休暇平均取得日数をx(日/人)とおくと，B課のそれは$x-1.4$(日/人)と表せる。

A課とB課を合わせた全体の人数は27＋15＝42(人)である。これをもとに表を書いて整理すると，下表のようになる。

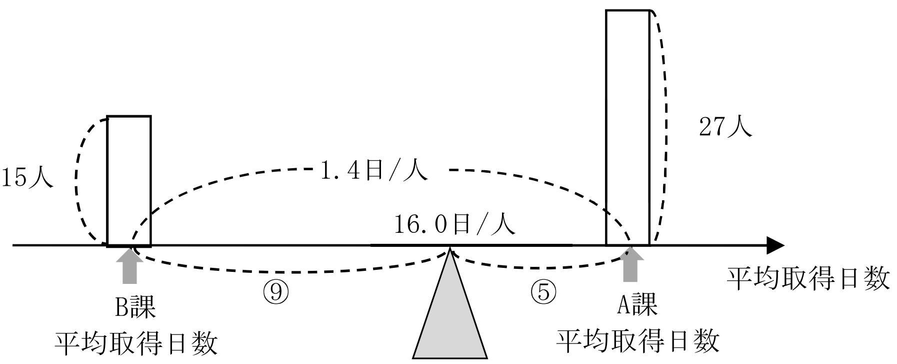
	A課	B課	全体(A+B)
平均取得日数(日/人)	x	$x-1.4$	16.0
人数(人)	27	15	42
合計(日)	$x\times 27$	$(x-1.4)\times 15$	16.0×42＝672

合計に着目すると，$27x+15(x-1.4)=672$となり，これを解くと，$x=16.5$(日/人)となる。

正解 4

解法2　**天秤図で解く**

A課とB課の人数の比は27：15＝9：5である。これをもとに天秤図を書くと，下図のようになる。



A課とB課の平均取得日数の差である1.4日/人を(⑨＋⑤＝)14等分すれば，一等分当たり，1.4÷14＝0.1(日/人)となるので，⑤に対応する数値は0.1×5＝0.5(日/人)となる。

ゆえに，A課の平均取得日数は16.0＋0.5＝16.5(日/人)となる。

問　題　編

第１回	文章題			都：2022 年		正答率	76.0%
数-No.1	1：　／　｜	2：　／　｜	3：　／　｜	4：　／　｜	5：　／　｜	頻出度	B

観客席がＳ席，Ａ席，Ｂ席からなるバドミントン競技大会決勝のチケットの販売状況は，次のとおりであった。

ア　チケットの料金は，Ｓ席が最も高く，次に高い席はＡ席であり，Ｓ席とＡ席の料金の差は，Ａ席とＢ席の料金の差の４倍であった。

イ　チケットは，Ｓ席が 60 枚，Ａ席が 300 枚，Ｂ席が 900 枚売れ，売上額の合計は 750 万円であった。

ウ　Ｂ席のチケットの売上額は，Ｓ席のチケットの売上額の５倍であった。

エ　Ｓ席，Ａ席，Ｂ席のチケットの料金は，それぞれの席ごとに同額であった。

以上から判断して，Ｓ席のチケットの料金として，正しいのはどれか。

1．14,000 円

2．15,000 円

3．16,000 円

4．17,000 円

5．18,000 円

第１回	文章題			区：2006 年		正答率	―%
数-No.2	1：　／　｜	2：　／　｜	3：　／　｜	4：　／　｜	5：　／　｜	頻出度	C

両親と３姉妹の５人家族がいる。両親の年齢の和は，現在は３姉妹の年齢の和の３倍であるが，６年後には３姉妹の年齢の和の２倍になる。また，４年前には父親と三女の年齢の和が，母親，長女及び次女の年齢の和と等しかったとすると，現在の母親，長女及び次女の年齢の和はどれか。

1．42

2．44

3．46

4．48

5．50

第１回	文章題			裁：2016 年		正答率	69.0%
数-No.３	1：　／　|	2：　／　|	3：　／　|	4：　／　|	5：　／　|	頻出度	C

長さ2mの針金を2本に切り，それぞれの針金を使い2つの正方形を作ったところ，面積の和が1,828cm^{2}であった。このとき，小さい方の正方形の面積はいくらか。

1．　64cm^2
2．　81cm^2
3．100cm^2
4．121cm^2
5．144cm^2

数的推理

問題

第１回	文章題			区：2008 年		正答率	52.1%
数-No.４	1：　／　|	2：　／　|	3：　／　|	4：　／　|	5：　／　|	頻出度	B

ある商店で，商品 A を 1 個 50 円，商品 B を 1 個 10 円で販売を開始し，この 2 品目の初日の売り上げは合計で 5,800 円であった。2 日目に商品 A を 10 円値下げしたところ，商品 A の販売数量は 10 個増え，この 2 品目の売上げは合計で 5,000 円であった。2 日目の商品 A の販売数量はどれか。ただし，商品 B の販売数量は，両日とも 12 個以上 20 個以下であったものとする。

1．120 個
2．121 個
3．122 個
4．123 個
5．124 個

第１回	文章題			都：2008 年		正答率	41.3%
数-No.５	1：　／　|	2：　／　|	3：　／　|	4：　／　|	5：　／　|	頻出度	C

ある果物店で，もも，りんご及びなしの 3 商品を，ももを 1 個 300 円，りんごを 1 個 200 円，なしを 1 個 100 円で販売したところ，3 商品の販売総数は 200 個，3 商品の売上総額は 36,000 円であった。りんごの販売個数が 100 個未満であり，なしの売上金額が 3 商品の売上総額の 2 割未満であったとき，ももの売上金額として，正しいのはどれか。

1．　9,300 円
2．　9,600 円
3．　9,900 円
4．10,200 円
5．10,500 円

第１回	文章題			都：2009 年		正答率	51.0%
数-No.６	1： ／ │	2： ／ │	3： ／ │	4： ／ │	5： ／ │	頻出度	B

ある会社が，新入社員の歓迎会を企画し，円卓の数が一定である会場において，出席者を円卓の周りに座らせる方法について検討したところ，次の A～C のことが分かった。

A　1 脚の円卓に 8 席ずつ用意すると，席が 42 人分余る。

B　1 脚の円卓に 6 席ずつ用意すると，席が足りず，不足する席は 25 人分より多い。

C　半数の円卓にそれぞれ 8 席ずつ用意し，残った円卓にそれぞれ 6 席ずつ用意すると，席は余り，余る席は 7 人分より多い。

以上から判断して，出席者の数として，正しいのはどれか。

1．214 人
2．222 人
3．230 人
4．238 人
5．246 人

第１回	文章題			裁：2008 年		正答率	92.6%
数-No.７	1： ／ │	2： ／ │	3： ／ │	4： ／ │	5： ／ │	頻出度	A

ある区間の運賃が子供 7 人と大人 2 人では 4,100 円で，子供 20 人と大人 3 人で 9150 円である。ただし，子供は 10 人以上になると，1 人あたりの運賃が 1 割引になる。この場合，この区間の大人 1 人の運賃は次のどれか。

1．500 円
2．550 円
3．600 円
4．650 円
5．700 円

第１回	文章題			裁：2020 年		正答率	68.0%
数-No.8	1：　／　｜	2：　／　｜	3：　／　｜	4：　／　｜	5：　／　｜	頻出度	A

ある店では，2 種類のノート A，B を売っている。A は 1 冊 100 円，B は 1 冊 150 円である。先月は B の売上額が A の売上額より 22,000 円多かった。また今月の売上冊数は先月に比べて，A は 3 割減ったが B は 4 割増えたので，A と B の売上冊数の合計は 2 割増えた。

このとき，今月の A の売上冊数として正しいのはどれか。なお，消費税については考えないものとする。

1．50 冊
2．56 冊
3．64 冊
4．72 冊
5．80 冊

第１回	文章題			国般：2018 年		正答率	56.0%
数-No.9	1：　／　｜	2：　／　｜	3：　／　｜	4：　／　｜	5：　／　｜	頻出度	A

箱の中に何本かの缶ジュースがあり，A～E の 5 人で分けた。次のことが分かっているとき，D と E に分けられた缶ジュースの本数の合計は何本か。

○　A と B に分けられた缶ジュースの本数の合計は，分ける前の本数の $\frac{7}{18}$ である。

○　A と C に分けられた缶ジュースの本数の合計は，分ける前の本数の $\frac{4}{9}$ である。

○　B と C に分けられた缶ジュースの本数の合計は，分ける前の本数の $\frac{1}{3}$ である。

○　A が自分に分けられた缶ジュースを B に 4 本渡したところ，A と B の缶ジュースの本数は等しくなった。

1．26 本
2．28 本
3．30 本
4．32 本
5．34 本

第１回	文章題			区(経験者)：2019 年		正答率	ー%
数-No. 10	1：　／　｜	2：　／　｜	3：　／　｜	4：　／　｜	5：　／　｜	頻出度	B

1 個当たり 400 円の利益を見込んで定価を設定した商品がある。この商品を定価の 10%引きの価格で 10 個売ったときの利益と定価の 25%引きの価格で 20 個売ったときの利益が一致した。この商品 1 個当たりの定価はどれか。

1.　600 円
2. 1,000 円
3. 1,200 円
4. 1,400 円
5. 1,600 円

第１回	文章題			国般：2010 年		正答率	42.0%
数-No. 11	1：　／　｜	2：　／　｜	3：　／　｜	4：　／　｜	5：　／　｜	頻出度	B

ある商品を 120 個仕入れ，原価に対し 5 割の利益を上乗せして定価とし，販売を始めた。ちょうど半数が売れた時点で，売れ残りが生じると思われたので，定価の 1 割引きにして販売した。販売終了時刻が近づき，それでも売れ残りそうであったので，最後は定価の半額にして販売したところ，売り切れた。全体としては，原価に対し 1 割 5 分の利益を得た。このとき，定価の 1 割引きで売れた商品は何個か。

1. 5 個　　2. 15 個　　3. 25 個　　4. 45 個　　5. 55 個

第１回	文章題			国般：2019 年		正答率	56.0%
数-No. 12	1：　／　｜	2：　／　｜	3：　／　｜	4：　／　｜	5：　／　｜	頻出度	A

ある学校において，A，B の二つの組が，それぞれジュースとお茶の 2 種類の飲み物を用意してパーティーを開催した。A 組では，パーティー終了後，ジュースは全てなくなり，お茶は用意した量の $\frac{4}{5}$ が残っていた。B 組では，ジュースについては A 組と同じ量を，お茶については A 組の $\frac{2}{3}$ の量を用意したところ，パーティー終了後，ジュースは全てなくなり，お茶は用意した量の $\frac{1}{10}$ が残っていた。B 組において消費された飲み物の量は A 組のそれの $\frac{9}{8}$ であった。

このとき，A 組において，用意した飲み物全体に占めるお茶の割合はいくらか。

1. 15%　　2. 20%　　3. 25%　　4. 30%　　5. 35%

第１回	文章題			裁：2016 年		正答率	50.1%
数-No.13	1：　／　|	2：　／　|	3：　／　|	4：　／　|	5：　／　|	頻出度	A

ある高校の入学試験において，受験者数の男女比は 15：8，合格者数の男女比は 10：7，不合格者数の男女比は 2：1 であった。男子の合格者数と男子の不合格者数の比として，適当なものはどれか。

1．5：1

2．3：2

3．2：3

4．2：5

5．1：5

第１回	文章題			税・財・労：2013 年		正答率	80.6%
数-No.14	1：　／　|	2：　／　|	3：　／　|	4：　／　|	5：　／　|	頻出度	A

A～D の4人が，100点満点の試験を受けた。4人の得点について，次のことが分かっているとき，A の得点と B の得点を足し合わせた得点はどれか。ただし，試験の得点は全て整数とし，0点の者はいないものとする。

○　A の得点は，B の得点の $\frac{5}{7}$ 倍であった。

○　B の得点は，C の得点の $\frac{5}{3}$ 倍であった。

○　C の得点は，D の得点の 2 倍であった。

1．　36 点　　2．　60 点　　3．　96 点　　4．120 点　　5．144 点

第１回	文章題			税・財・労：2021 年		正答率	69.0%
数-No.15	1：　／　|	2：　／　|	3：　／　|	4：　／　|	5：　／　|	頻出度	A

濃度の異なる 2 種類の食塩水 A，B がある。いま，A と B を 1：2 の割合で混ぜたところ濃度 10%の食塩水ができ，A と B を 2：1 の割合で混ぜたところ濃度 15%の食塩水ができた。このとき，B の濃度はいくらか。

1．5%　　2．10%　　3．15%　　4．20%　　5．25%

第１回	文章題				区：2003年		正答率	- %
数-No.16	1： ／		2： ／		3： ／		4： ／		5： ／		頻出度	B

果汁10％のオレンジジュースがある。これに天然水を加え，果汁6％のオレンジジュースにした。次に，果汁4％のオレンジジュースを500g加えたところ，果汁5％のオレンジジュースになった。天然水を加える前のオレンジジュースは，何ｇあったか。

1．210g　　2．240g　　3．270g　　4．300g　　5．330g

第１回	文章題				区：2017年		正答率	61.0%
数-No.17	1： ／		2： ／		3： ／		4： ／		5： ／		頻出度	A

濃度7％の食塩水が入った容器Ａと，濃度10％の食塩水が入った容器Ｂがある。今，容器Ａ，Ｂからそれぞれ100g の食塩水を取り出して，相互に入れ替えをし，よくかき混ぜたところ，容器 Ａ の濃度は9.4％になった。最初に容器Ａに入っていた食塩水は何ｇか。

1．125g　　2．150g　　3．175g　　4．200g　　5．225g

第１回	文章題				裁：2016年		正答率	74.0%
数-No.18	1： ／		2： ／		3： ／		4： ／		5： ／		頻出度	A

濃度の異なる食塩水が，容器Ａ，Ｂにそれぞれ 600g，400g 入っている。はじめに容器Ａから容器Ｂへ食塩水 200g を移し，よくかき混ぜた後に容器Ｂから容器Ａへ食塩水 200g を戻してよくかき混ぜたら，容器Ａには濃度 10％の食塩水ができた。その後，容器Ａ，容器Ｂの食塩水を全てよく混ぜ合わせたら濃度 8.4％の食塩水ができた。はじめに容器Ａに入っていた食塩水の濃度はいくらか。

1．11％　　2．12％　　3．13％　　4．14％　　5．15％

第１回	文章題			国般：2009 年		正答率	67.0%
数-No. 19	1： ／ ｜	2： ／ ｜	3： ／ ｜	4： ／ ｜	5： ／ ｜	頻出度	A

ある容器に濃度20.0%のショ糖の水溶液が500ｇ入っている。この水溶液の$\frac{3}{5}$を赤いコップに移し，残りをすべて青いコップに入れた。赤いコップに，ショ糖を20ｇ追加し，十分にかき混ぜて均一になったところで，赤いコップの水溶液の半分を青いコップに移した。最後に，青いコップへ水を40ｇ追加した。このとき，青いコップに入っている水溶液の濃度はいくらか。

ただし，水溶液中のショ糖はすべて溶けているものとする。

1．18.0%
2．18.5%
3．19.0%
4．19.5%
5．20.0%

第１回	文章題			裁：2021 年		正答率	65.0%
数-No. 20	1： ／ ｜	2： ／ ｜	3： ／ ｜	4： ／ ｜	5： ／ ｜	頻出度	A

濃度 25%の食塩水 200g がある。この食塩水から何 g かを捨てて，同じ量の水を補った。さらに最初に捨てた食塩水の 2 倍を捨て，捨てた分だけ水を補ったところ，濃度が 12%になった。このとき，最初に捨てた食塩水の量として正しいものはどれか。

1．40g
2．50g
3．60g
4．70g
5．80g

数的推理

問題

第１回	文章題			区：2021 年		正答率	51.0%
数-No. 21	1： ／	2： ／	3： ／	4： ／	5： ／	頻出度	A

ある学校でマラソン大会を実施した。今，生徒の完走時間について次のア～オのことが分かっているとき，完走時間が1時間以上の生徒は何人か。

ア．全生徒の完走時間の平均は，71分であった。

イ．完走時間が45分未満の生徒は20人おり，その完走時間の平均は43分であった。

ウ．完走時間が45分以上1時間未満の生徒は全体の40％であり，その完走時間の平均は54分であった。

エ．完走時間が1時間以上1時間30分未満の生徒の完走時間の平均は，75分であった。

オ．完走時間が1時間30分以上の生徒は全体の20％であり，その完走時間の平均は105分であった。

1．100人

2．160人

3．220人

4．280人

5．340人

第１回	文章題			国般：2008 年		正答率	53.1%
数-No. 22	1： ／	2： ／	3： ／	4： ／	5： ／	頻出度	B

あるクラスで数学のテストを実施したところ，クラス全員の平均点はちょうど 63 点で，最も得点の高かった A を除いた平均点は 62.2 点，最も得点の低かった B を除いた平均点は 63.9 点，A と B の得点差はちょうど 68 点であった。このクラスの人数として正しいのはどれか。

1．29 人

2．32 人

3．35 人

4．38 人

5．41 人

解答・解説編

【数-No.1】　解答 2　（ 方程式 ）

S 席のチケットの料金を x(万円)，A 席のチケットの料金を y(万円)，B 席のチケットの料金を z(万円)とおく。

条件アより，$x-y=(y-z)\times 4 \Leftrightarrow x-5y+4z=0$…①

条件イより，$60x+300y+900z=750 \Leftrightarrow 2x+10y+30z=25$…②

条件ウより，$900z=60x\times 5 \Leftrightarrow x=3z$…③

③を①，②に代入すると，$-5y+7z=0$…①'および $10y+36z=25$…②'となり，①'×2＋②'より，$50z=25$ となる。これを解くと $z=0.5$(万円)で，③より $x=1.5$(万円)，①'より $y=0.7$(万円)となる。

$$\begin{array}{rl} -10y+14z= 0 & \leftarrow ①'\times 2 \\ +)\ \ \underline{10y+36z=25} & \cdots ②' \\ 50z=25 & \\ z=0.5 & \end{array}$$

したがって，正解は 2 である。

【数-No.2】　解答 5　（ 年齢算 ）

下表のように，現在の各自の年齢を文字に置き，6 年後，4 年前の各自の年齢を表す。

	父親	母親	長女	次女	三女
現在	a	b	c	d	e
6 年後	$a+6$	$b+6$	$c+6$	$d+6$	$e+6$
4 年前	$a-4$	$b-4$	$c-4$	$d-4$	$e-4$

条件より，以下の式が成り立つ。

現　在：$a+b=3(c+d+e)$…①

6 年後：$(a+6)+(b+6)=2\{(c+6)+(d+6)+(e+6)\}$…②

4 年前：$(a-4)+(e-4)=(b-4)+(c-4)+(d-4)$…③

ここで，①－②より，$c+d+e=24$…④となり，これを①に代入して $a+b=72$…⑤となる。さらに，④，⑤より，$e=24-c-d$…⑥，$a=72-b$…⑦となり，これらを③に代入して，$b+c+d=50$ となる。

よって，正解は 5 である。

【数-No.3】　解答 1　（ 方程式 ）

片方の正方形の一辺を x(cm)とおくと，その正方形の周の長さは $4x$(cm)となる。もう一方の正方形の周に使う針金の長さは，残りの $200-4x$(cm)となり，一辺の長さは$(200-4x)\div 4=50-x$(cm)となる。よって，2 つの正方形の面積の和は $x^2+(50-x)^2$ となる。

$x^2+(50-x)^2=1828$ が成り立ち，これを整理すると $x^2-50x+336=0 \Leftrightarrow (x-8)(x-42)=0$ で，解くと $x=8$ または 42 となる。

よって，小さい方の正方形の一辺の長さは 8 cmで，その面積は $8^2=64(\mathrm{cm}^2)$となるので，正解は 1 である。

【数-No.4】　解答 3　（ 不定方程式 ）

商品 A の初日の販売数量を x(個)とおくと，商品 A の 2 日目の販売数量は$(x+10)$個となる。また，商品Bの初日の販売数量をy(個)，2 日目の販売数量をz(個)とおく。

初日と 2 日目の売上げをそれぞれ式で示すと，次のようになる。

(初日)：$50x+10y=5800 \Leftrightarrow 5x+y=580$…①

(2 日目)：$40(x+10)+10z=5000 \Leftrightarrow 4x+z=460$…②

①と②を連立させて，xを消去する。そのために，(①×4)－(②×5)をする。

$$\begin{array}{rll} & 20x+4y=2320 & \leftarrow①\times4 \\ -) & 20x+5z=2300 & \leftarrow②\times5 \\ \hline & 4y-5z=20\cdots③ & \end{array}$$

③を $4y=5z+20 \Leftrightarrow 4y=5(z+4)$…④と変形する。④の右辺「$5(z+4)$」は 5 の倍数であるので，左辺「$4y$」も 5 の倍数である。「$4y$」の「4」は 5 の倍数ではないので，「$y$」が 5 の倍数となる。$y$は 12 個以上 20 個以下であるので，この範囲を満たすyの値は，$y=15$ と 20 である。また，zも 12 個以上 20 個以下であるので，yの値を④に代入してzの値を求める。

・$y=15$ を④に代入すると，$z=8$ となり，範囲外である。

・$y=20$ を④に代入すると，$z=12$ となり，範囲内である。

$y=20$ を①に代入すると，$5x+20=580$ となり，$x=112$(個)となる。よって，商品 A の 2 日目の販売数量は $112+10=122$(個)であるので，正解は 3 である。

【数-No.5】　解答 1　（ 不等式 ）

販売個数について，ももをx(個)，りんごをy(個)，なしをz(個)とおくと，3 商品の販売総数および売上総額において，次の 2 式が成り立つ。

$x+y+z=200$…①

$300x+200y+100z=36000 \Leftrightarrow 3x+2y+z=360$…②

また，りんごの販売個数については，条件より $y<100$…③が成り立ち，なしの売上金額については，「3 商品の売上総額の 2 割未満」より，$100z<36000\times0.2=7200 \Leftrightarrow z<72$…④が成り立つ。

xについての条件がないので，①，②よりxを消去する。①を$x=200-y-z$と変形し，②に代入すると，次のようになる。

$3\times(200-y-z)+2y+z=360 \Leftrightarrow y+2z=240$…⑤

⑤を$y=240-2z$と変形すると，③より $240-2z<100 \Leftrightarrow z>70$…⑥となる。したがって，④と⑥より $70<z<72$ が成り立ち，z は自然数であるので，$z=71$ となる。

⑤に $z=71$(個)を代入すると，$y=240-2\times71=98$(個)となり，これらを①に代入すると，$x=200-98-71=31$(個)となる。

よって，ももの売上金額は，300×31＝9300(円)となるので，正解は1である。

【数-No.6】　解答 3　　（ 過不足算 ）

円卓の数を x(脚)とし，A，B，C について，出席者の数を表現する。

A について，1脚の円卓に8席あるので，すべての席に人が座っていれば出席者の数は $8x$ 人である。しかし，席が42人分余っているので，42席には人が座っていない。よって，出席者の数は $8x$ から42を引いた数となる。

(出席者の数)＝$8x-42$…①

B について，1脚の円卓に6席あるので，すべての席に座っている人数は $6x$ 人である。さらに，席が足りず，不足する席は25人分より多いので，座れずに立っている者が25人より多くいることがわかる。よって，出席者の数は $6x$ に25を足した数より多い。

(出席者の数)＞$6x+25$…②

C について，$\frac{1}{2}x$ 脚の円卓に8席，$\frac{1}{2}x$ 脚の円卓に6席あるので，すべての席に人が座っていれば出席者の数は $\frac{1}{2}x\times8+\frac{1}{2}x\times6=7x$(人)である。しかし，席が7人分より多く余っているので，7席より多くの席に人が座っていない。よって，出席者の数は $7x$ 人から7を引いた数より少ない。

(出席者の数)＜$7x-7$…③

①，②より，$8x-42>6x+25$ となり，整理すると $x>33\frac{1}{2}$ となる。①，③より，$8x-42<\frac{1}{2}x\times8+\frac{1}{2}x\times6-7$ となり，整理すると $x<35$ となる。この2つの不等式を合わせると，$33\frac{1}{2}<x<35$ となり，円卓の脚数は自然数であることから，$x=34$ となる。

よって，$x=34$ を①に代入すると，出席者の数は8×34－42＝230(人)となるので，正解は3である。

【数-No.7】　解答 4　　（ 割合・比 ）

子供1人の運賃を x(円)，大人1人の運賃を y(円)とおく。子供は10人以上になると運賃が1割引になるので，その場合は $0.9x$ 円となる。

問題の条件より，次の2式が成り立つ。

$7x+2y=4100$…①

$20\times0.9x+3y=9150$…②

①，②を連立方程式として解くと，$x=400$(円)，$y=650$(円)となるので，正解は4である。

【数-No.8】　解答 2　　（割合・比）

先月のノートAの売上冊数を a(冊)，先月のノートBの売上冊数を b(冊)とすると，先月のBの売上額がAの売上額より 22,000 円多かったことから，$150b=100a+22000$…①が成り立つ。①の両辺を 50 で割ると，$3b=2a+440$…①′ となる。

また，今月の売上冊数について考える。Aは3割減ったから先月の7割で $0.7a$(冊)，Bは4割増えたから先月の14割で $1.4b$(冊)となり，AとBの売上冊数の合計は2割増えて先月の12割になったことから，$0.7a+1.4b=1.2(a+b)$…②が成り立つ。②を整理すると $0.2b=0.5a$ となり，両辺を 10 倍すると，$2b=5a$…②′ となる。

②′ を $b=\frac{5a}{2}$…③と変形して，③を①′ に代入すると，$3\times\frac{5a}{2}=2a+440$ となり，両辺を 2 倍すると，$15a=4a+880$ となる。a について解くと $11a=880$ より，$a=80$(冊)となる。

よって，今月のAの売上冊数は，先月の7割の $80\times0.7=56$(冊)となるので，正解は2である。

【数-No.9】　解答 3　　（割合・比）

A～Eに分けられた缶ジュースの本数をそれぞれ a～e とおく。また，缶ジュースの総本数を x(本)とおくと，4つの条件より，次の式が成り立つ。

$$a+b=\frac{7}{18}x\cdots①$$

$$a+c=\frac{4}{9}x\cdots②$$

$$b+c=\frac{1}{3}x\cdots③$$

$$a-4=b+4\cdots④$$

①＋②＋③より，$2\times(a+b+c)=\frac{7}{18}x+\frac{4}{9}x+\frac{1}{3}x=\frac{7}{6}x$ となり，両辺を 2 で割ると次の式が得られる。

$$a+b+c=\frac{7}{12}x\cdots⑤$$

⑤に③を代入すると $a+\frac{1}{3}x=\frac{7}{12}x \Leftrightarrow a=\frac{1}{4}x\cdots⑥$，⑤に②を代入すると $b+\frac{4}{9}x=\frac{7}{12}x \Leftrightarrow b=\frac{5}{36}x\cdots$ ⑦となる。

④より，$a-b=8$ となり，この式に⑥，⑦を代入すると，次の式が成り立つ。

$$\frac{1}{4}x-\frac{5}{36}x=8\cdots⑧$$

⑧を解くと，$x=72$ となる。⑤より，$d+e=x-\frac{7}{12}x=\frac{5}{12}x$ であり，$d+e=\frac{5}{12}\times72=30$ となるので，

DとEに分けられた缶ジュースの本数の合計は30本となる。

よって，正解は3である。

【数-No.10】　解答 2　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（ 損益算 ）

商品1個の原価をx(円)とすると，定価は$(x+400)$円と表せる。この商品の定価の10%引きの価格は$(x+400)\times 0.9$(円)であり，この価格から原価を引いた金額が1個当たりの利益であるので，10個売ったときの総利益は$\{(x+400)\times 0.9-x\}\times 10$(円)である。同様にして，この商品の定価の25%引きの価格は$(x+400)\times 0.75$(円)であり，この価格から原価を引いた金額が1個当たりの利益であるので，20個売ったときの総利益は$\{(x+400)\times 0.75-x\}\times 20$(円)である。

これらの利益が一致しているので，$\{(x+400)\times 0.9-x\}\times 10=\{(x+400)\times 0.75-x\}\times 20$ が成り立つ。式を整理すると，$(x+400)\times 9-10x=(x+400)\times 15-20x \Leftrightarrow 4x=2400$ となり，$x=600$(円)となる。

よって，定価は$600+400=1000$(円)となるので，正解は2である。

【数-No.11】　解答 1　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（ 損益算 ）

原価をx(円)とおくと，「原価に対して5割の利益を上乗せして定価」とは，定価は原価の5割増しであるということなので，定価は$x\times 1.5=1.5x$(円)となる。さらに，定価の1割引きの金額は$1.5x\times 0.9=1.35x$(円)，定価の半額は$1.5x\times\frac{1}{2}=0.75x$(円)である。また，定価で売った個数は60個であるので，1割引きで売った個数をy(個)とおくと，定価の半額で売った個数は$(60-y)$個となる。このことから，原価の合計は$x\times 120=120x$(円)であり，売上は，$1.5x$円で60個，$1.35x$円でy個，$0.75x$円で$(60-y)$個であるので，$1.5x\times 60+1.35x\times y+0.75x\times(60-y)=135x+0.6xy$(円)となる。

また，「全体としては，原価に対して1割5分の利益を得た」とは，この販売での総利益が原価の合計の1割5分に相当する金額であるということなので，総利益は$120x\times 0.15=18x$(円)となる。

したがって，(総利益)＝(売上)－(原価の合計)より，$18x=(135x+0.6xy)-120x$ が成り立ち，両辺をxで割り整理すると，$0.6y=3$ となり，$y=5$(個)となる。

よって，正解は1である。

【数-No.12】　解答 3　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（ 割合・比 ）

Aの用意していた量について，ジュースの量をa，お茶の量をbとおく。ジュースについては，全てなくなったので消費された量はaであり，お茶については，用意していた量の$\frac{4}{5}$が残っていたので，残っていた量は$b\times\frac{4}{5}=\frac{4}{5}b$で，消費された量は$b-\frac{4}{5}b=\frac{1}{5}b$である。

Bの用意していた量について，ジュースの量はAと同じなのでa，お茶の量はAの$\frac{2}{3}$であるので$b\times$

$\frac{2}{3} = \frac{2}{3}b$である。ジュースについては，全てなくなったので消費された量はaであり，お茶については，用意していた量の$\frac{1}{10}$が残っていたので，残っていた量は$\frac{2}{3}b \times \frac{1}{10} = \frac{1}{15}b$で，消費された量は$\frac{2}{3}b - \frac{1}{15}b = \frac{3}{5}b$である。これをまとめたのが次表である。

	A		B	
	ジュース	お茶	ジュース	お茶
用意	a	b	a	$\frac{2}{3}b$
消費	a	$\frac{1}{5}b$	a	$\frac{3}{5}b$
終了	0	$\frac{4}{5}b$	0	$\frac{1}{15}b$

消費された飲み物の量について，Aは$a+\frac{1}{5}b$，Bは$a+\frac{3}{5}b$であるので，$a+\frac{3}{5}b=(a+\frac{1}{5}b)\times\frac{9}{8}$が成り立ち，整理すると次のようになる。

$$a+\frac{3}{5}b=\frac{9}{8}a+\frac{9}{40}b \Leftrightarrow \frac{3}{5}b-\frac{9}{40}b=\frac{9}{8}a-a \Leftrightarrow \frac{3}{8}b=\frac{1}{8}a \Leftrightarrow a=3b\cdots①$$

このとき，Aの用意した飲み物全体は$a+b$より，①を代入すると$3b+b=4b$となるので，全体に占めるお茶の割合は$\frac{b}{4b}\times100=25(\%)$である。

よって，正解は3である。

【数-No. 13】　解答 5　　　（ 割合・比 ）

受験者数の男女比が15：8であるので，男子の受験者数を$15x$(人)，女子の受験者数を$8x$(人)とおく。

さらに，合格者数の男女比が10：7であるので，男子の合格者数を$10y$(人)，女子の合格者数を$7y$(人)とおく。よって，男子の不合格者数は$15x-10y$(人)，女子の不合格者数は$8x-7y$(人)と表せる。

これが2：1になることから$(15x-10y):(8x-7y)=2:1$が成立する。(内項の積)＝(外項の積)より，$(8x-7y)\times2=15x-10y$となり，これを整理して$x=4y$となる。

よって，男子の不合格者数は$15\times4y-10y=50y$(人)となり，男子の合格者数と不合格者数の比は$10y:50y=1:5$となるので，正解は5である。

【数-No.14】　解答 4　　（ 割合・比 ）

［解　法1］

A，B，C，Dの得点をそれぞれ a，b，c，d(点)とおく。

1つ目の条件より，$a=\frac{5}{7}b$ が成り立ち，式変形すると $7a=5b$ となるので，$a:b=5:7$…①となる。

2つ目の条件より，$b=\frac{5}{3}c$ が成り立ち，$3b=5c$ より，$b:c=5:3$…②となる。

3つ目の条件より，$c=2d$ が成り立ち，$c:d=2:1$…③となる。

①と②を連比にすると，$a:b:c=25:35:21$…④となり，③と④を連比にすると，$a:b:c:d=50:70:42:21$ となる。試験は100点満点であり，得点はすべて整数であるので，得点は，$a=50$ 点，$b=70$ 点，$c=42$ 点，$d=21$ 点となる。したがって，Aの得点とBの得点を足し合わせた得点は $50+70=120$(点)となる。

よって，正解は4である。

［解　法2］

A，B，C，Dの得点をそれぞれ a，b，c，d(点)とおくと，各条件より，次の式が成り立つ。

$a=\frac{5}{7}b$…①

$b=\frac{5}{3}c$…②

$c=2d$…③

②に③を代入し，さらにそれを①に代入すると，$a=\frac{5}{7}\times\frac{5}{3}\times 2d=\frac{50}{21}d$ となり，a は整数であるので，d は21の倍数となる。よって，$d=21$，42，63，…と考えられるが，$d=42$ を代入すると，$a=100$(点)で，①より $b=\frac{7}{5}a=\frac{7}{5}\times 100=140$(点)となって満点の 100 点を超えてしまう。よって，$d=42$ 以上の場合は条件を満たさないので，d の得点は21点となる。

$d=21$ 点より，③より $c=42$ 点，②より $b=70$ 点，①より $a=50$ 点となり，Aの得点とBの得点を足し合わせた得点は $50+70=120$(点)となる。

したがって，正解は4である。

【数-No.15】　解答 1　　（ 濃度 ）

食塩水Aの濃度を x(%)，食塩水Bの濃度を y(%)とする。AとBを1：2で混ぜたところ，濃度10%の食塩水ができたことについて，混ぜた量をそれぞれ k(g)，$2k$(g)とすると，食塩の量の式として，次の式が成り立つ。

$$\frac{x}{100}\times k+\frac{y}{100}\times 2k=\frac{10}{100}\times 3k \Leftrightarrow x+2y=30\cdots①$$

同様に，A と B を 2：1 で混ぜたところ濃度 15%の食塩水ができたことについて，混ぜた量をそれぞれ $2m$(g)，m(g)とすると，食塩の量の式として，次の式が成り立つ。

$$\frac{x}{100}\times 2m+\frac{y}{100}\times m=\frac{15}{100}\times 3m \Leftrightarrow 2x+y=45\cdots②$$

①，②を連立させて解くと，$x=20$(%)，$y=5$(%)となるので，正解は 1 である。

【数-No. 16】　解答 4　　（ 濃度 ）

［解　法 1］

果汁 10%のオレンジジュースの量を x(g)，天然水を加えた後の果汁 6%のオレンジジュースの量を y(g)とすると，混ぜた結果は次のようになる。

	果汁 10%	天然水	混ぜた後 (果汁 6%)
果汁濃度(%)	10	0	6
オレンジジュース(g)	x	$y-x$	y
果汁量(g)	$\frac{10}{100}\times x$	0	$\frac{6}{100}\times y$

果汁量で式を立てると $\frac{10}{100}x=\frac{6}{100}y$ となり，整理すると $5x=3y\cdots$①となる。

次に，できた果汁 6%のオレンジジュースに果汁 4%のオレンジジュースを 500g 加えたら，果汁 5%のオレンジジュースになったことから，混ぜた結果は次のようになる。

	果汁 6%	果汁 4%	混ぜた後 (果汁 5%)
果汁濃度(%)	6	4	5
オレンジジュース(g)	y	500	$y+500$
果汁量(g)	$\frac{6}{100}\times y$	$\frac{4}{100}\times 500$	$\frac{5}{100}\times(y+500)$

果汁量で式を立てると $\frac{6}{100}y+\frac{4}{100}\times 500=\frac{5}{100}(y+500)$ となる。これを解くと $y=500$ であり，$y=500$ を①に代入すると，$x=300$ となる。

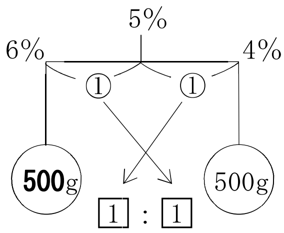
よって，正解は 4 である。

[解　法 2]

果汁 6%のオレンジジュースに果汁 4%のオレンジジュースを 500g 加えたら，果汁 5%のオレンジジュースになったので，果汁 6%のオレンジジュース 500g に果汁 4%のオレンジジュース 500g を加えたことになる(図 1)。

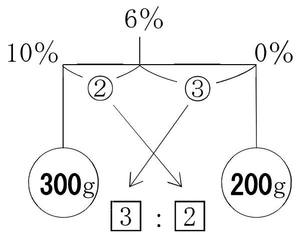
さらに，果汁 10%のオレンジジュースに天然水(果汁 0%)を加え，果汁 6%のオレンジジュースにしたので，果汁 10%のオレンジジュースと天然水を 3：2 で加えたことになる(図 2)。

果汁 6%のオレンジジュース 500g は，果汁 10%のオレンジジュース 300g に天然水 200g を加えればよい。



食塩水の重さの比

図 1



食塩水の重さの比

図 2

よって，正解は 4 である。

【数-No.17】　解答 1　　（ 濃度 ）

[解　法 1]

最初に容器 A に入っていた食塩水の量を x(g)とすると，濃度 7%の食塩水を(x－100)g と濃度 10%の食塩水を 100g 混ぜたら濃度 9.4%の食塩水ができたことになり、それぞれの食塩の量は次のようになる。

	A	B	混ぜた後
濃度(%)	7	10	9.4
食塩水(g)	$x-100$	100	x
食塩(g)	$\frac{7}{100}\times(x-100)$	$\frac{10}{100}\times100$	$\frac{9.4}{100}\times x$

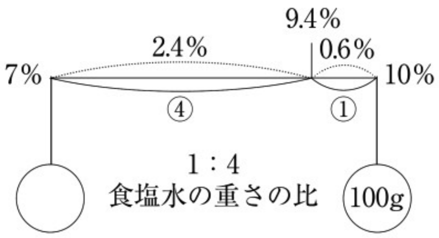
食塩の量で式を立てると $\frac{7}{100}\times(x-100)+\frac{10}{100}\times100=\frac{9.4}{100}\times x$ となり，これを解くと $x=125$(g)となる。

よって，正解は 1 である。

[解　法 2]

濃度 7%の食塩水が入った容器 A から 100g の食塩水を取り出した残りに，容器 B から取り出した濃

度 10%の食塩水 100g を混ぜて，容器 A の濃度が 9.4%になった様子を天びん図に表すと，次のようになる。



容器 A から 100g 取り出した残りの重さを x(g)とおくと，上の天びん図より，x：100＝1：4 であるので，x＝25(g)となる。よって，最初に容器 A に入っていた食塩水は 25＋100＝125(g)であるので，正解は 1 である。

【数-No. 18】　解答 2　　　　　（ 濃度 ）

容器 A，B を時系列に沿って，(A_1，B_1)，(A_2，B_2)として説明する。はじめに容器 A_1，B_1 に入っている食塩水の濃度をそれぞれ x(%)，y(%)とする。

まず，容器 A_1 の食塩水 200g を容器 B_1 の食塩水 400g と混ぜてできた食塩水 B_2 の濃度を z%とすると，表のように整理できる。

	A_1	B_1	B_2(混合後)
濃度(%)	x	y	z
食塩水(g)	200	400	600
食塩(g)	$\frac{x \times 200}{100}$	$\frac{y \times 400}{100}$	$\frac{z \times 600}{100}$

よって，食塩の量より，$\frac{x \times 200}{100} + \frac{y \times 400}{100} = \frac{z \times 600}{100}$ が成り立ち，整理すると，$x+2y=3z$…①となる。次に，容器 B_2 中の濃度 z%の食塩水 200g を容器 A_1 に残っている 400g と混ぜると，容器 A_2 に濃度が 10%の食塩水ができたことから，表のように整理できる。

	B_2	A_1	A_2(混合後)
濃度(%)	z	x	10
食塩水(g)	200	400	600
食塩(g)	$\frac{z \times 200}{100}$	$\frac{x \times 400}{100}$	$\frac{10 \times 600}{100}$

よって，食塩の量より，$\frac{z \times 200}{100} + \frac{x \times 400}{100} = \frac{10 \times 600}{100}$ が成り立ち，整理すると，$2x+z=30$…②となる。さらに，「容器 A_2，容器 B_2 の食塩水を全てよく混ぜ合わせたら濃度 8.4%の食塩水ができた」

について，用意された食塩水をすべて混ぜているので，はじめの状態で混ぜ合わせても同じ濃度になる。よって，はじめの容器 A_1 の濃度 x%の食塩水 600g と容器 B_1 の濃度 y%の食塩水 400g を混ぜると，濃度 8.4%の食塩水ができることから，表のように整理できる。

	A_1	B_1	混合後
濃度(%)	x	y	8.4
食塩水(g)	600	400	1000
食塩(g)	$\frac{x\times600}{100}$	$\frac{y\times400}{100}$	$\frac{8.4\times1000}{100}$

よって，食塩の量より，$\frac{x\times600}{100}+\frac{y\times400}{100}=\frac{8.4\times1000}{100}$ が成り立ち，整理すると，$3x+2y=42$…③となる。

②を変形した $z=30-2x$ と，③を変形した $y=21-\frac{3}{2}x$ を，それぞれ①に代入する。$x+2\times(21-\frac{3}{2}x)=3\times(30-2x)$ となり，これを整理すると $4x=48$ で，解くと $x=12$(%)となる。

したがって，正解は 2 である。

【数-No.19】　解答 5　　　　（ 濃度 ）

赤いコップには濃度 20.0%のショ糖の水溶液が $500\times\frac{3}{5}=300$(g)，青いコップには濃度 20.0%のショ糖の水溶液が $500-300=200$(g)入っている。この赤いコップにショ糖を 20g 追加したときのショ糖の水溶液の濃度を求める。はじめに赤いコップに入っていたショ糖の量は $\frac{20.0\times300}{100}=60$(g)であるので，ショ糖の量は $60+20=80$(g)となり，水溶液の量は $300+20=320$(g)である。よって，ショ糖の水溶液の濃度は $\frac{80}{320}\times100=25$(%)となる。

次に，25%のショ糖の水溶液 160g を青いコップに入れ，さらに水を 40g 追加したときの濃度を求める。はじめに青いコップに入っていたショ糖の量は $\frac{20.0\times200}{100}=40$(g)，赤いコップから移ったショ糖の量は $\frac{25\times160}{100}=40$(g)であるので，合計 $40+40=80$(g)である。水溶液の量は $200+160+40=400$(g)であるので，青いコップに入っているショ糖の水溶液の濃度は $\frac{80}{400}\times100=20$(%)となる。

よって，正解は 5 である。

【数-No. 20】 解答 1 （ 濃度 ）

最初に捨てた濃度25％の食塩水の量をx(g)とすると，1回目の混合は、濃度25％の食塩水$(200-x)$gと水xgである。そして，混ぜた後の食塩水の濃度をy％とおくと，表のように整理できる。

		水	混合後
濃度(％)	25	0	y
食塩水(g)	$200-x$	x	200
食塩(g)	$\frac{25\times(200-x)}{100}$	$\frac{0\times x}{100}$	$\frac{y\times 200}{100}$

よって，食塩の量より，$\frac{25\times(200-x)}{100}+\frac{0\times x}{100}=\frac{y\times 200}{100}$が成り立ち，整理すると，$x+8y=200$…①となる。

2回目の混合は，濃度y％の食塩水$(200-2x)$gと水$2x$gであり，混ぜた後の食塩水の濃度は12％である。このことを表に整理する。

		水	混合後
濃度(％)	y	0	12
食塩水(g)	$200-2x$	$2x$	200
食塩(g)	$\frac{y\times(200-2x)}{100}$	$\frac{0\times 2x}{100}$	$\frac{12\times 200}{100}$

したがって，食塩の量より，$\frac{y\times(200-2x)}{100}+\frac{0\times 2x}{100}=\frac{12\times 200}{100}$が成り立ち，整理すると，$100y-xy=1200$…②となる。

①を $x=200-8y$ とし②に代入すると，$100y-(200-8y)\times y=1200$ となり，整理すると，$2y^2-25y-300=0 \Leftrightarrow (2y+15)\times(y-20)=0$ となる。$y>0$ より，$y=20$ となる。

$y=20$ を①に代入すると，$x=200-8\times20=40$(g)となるので，正解は1である。

【数-No. 21】 解答 3 （ 平均 ）

表で整理し，平均を考える(表1)。

表1	45分未満	45分以上 1時間未満	1時間以上 1時間30分未満	1時間30分以上	全体
平均 (分/人)	43	54	75	105	71
人数 (人)	20				
総和 (分)					

全生徒数をx(人)とすると，完走時間が45分以上1時間未満の生徒は$\frac{4}{10}x$(人)，1時間30分以上の生徒は$\frac{2}{10}x$(人)であるから，1 時間以上 1 時間 30 分未満の生徒は $x-(20+\frac{4}{10}x+\frac{2}{10}x)=\frac{4}{10}x-20$(人)となり，総和から，$43\times20+54\times\frac{4}{10}x+75\times(\frac{4}{10}x-20)+105\times\frac{2}{10}x=71\times x$ が成り立つ(表 2)。

表2	45分未満	45分以上 1時間未満	1時間以上 1時間30分未満	1時間30分以上	全体
平均 (分/人)	43	54	75	105	71
人数(人)	20	$\frac{4}{10}x$	$\frac{4}{10}x-20$	$\frac{2}{10}x$	x
総和(分)	43×20	$54\times\frac{4}{10}x$	$75\times(\frac{4}{10}x-20)$	$105\times\frac{2}{10}x$	$71\times x$

分母を払って整理すると$8600+216x+300x-15000+210x=710x$で，これを解くと$x=400$となる。

以上より，完走時間が1時間未満の生徒は$20+\frac{4}{10}\times400=180$(人)で，1時間以上の生徒は$400-180=220$(人)となるから，正解は3である。

【数-No.22】　解答 5　　（ 平均 ）

Aの得点をx(点)とすると，AとBの得点差は68点であったから，Bの得点は$(x-68)$点とおける。また，クラスの人数をy(人)とおく。

クラス全員の平均点が 63 点であったから，クラス全員のテストの点数の総和は$63\times y=63y$(点)である。A を除いた$(y-1)$人の平均点が 62.2 点であったことから，点数の総和の関係式を作ると，$x+62.2(y-1)=63y$…①が成り立つ(表 1)。また，B を除いた$(y-1)$人の平均点が 63.9 点であったことから，点数の総和の関係式を作ると，$(x-68)+63.9(y-1)=63y$…②が成り立つ(表2)。

表1	A	A以外	全体
平均	x	62.2	63
人数	1	$y-1$	y
総和	x	$62.2(y-1)$	$63y$

表2	B	B以外	全体
平均	$x-68$	63.9	63
人数	1	$y-1$	y
総和	$x-68$	$63.9(y-1)$	$63y$

①と②の式の両辺について，それぞれ①－②をすると，$68-1.7(y-1)=0$となり，これを解くと$y=41$(人)となる。

したがって，正解は5である。