

地上
国般

理系
技術

心理
福祉

警察
消防

国家
総合

外専

2026 年合格目標 公務員講座

数的処理（上）

テキスト

該当講義回： 数的処理 第 1 回(数的推理①)

体験入学用抜粋版

無断複製・無断転載を禁じます。

資格の学校 **TAC**

講義進度表

講義回	項目	講義内容	テキスト対応 セクション	講義内容	テキスト対応 セクション
1	数的推理	文章題	§ 1	不定方程式	§ 2
		不等式	§ 3	仕事算	§ 14
		ニュートン算	§ 15		
2		比	§ 4	割合	§ 5
		濃度と混合	§ 6	平均	§ 7
3		倍数と約数	§ 16	剰余の問題	§ 17
		N進法（記数法）	§ 18	数列と規則性	§ 19
		その他の整数問題	§ 20		
4		速さの3式と3要素	§ 8	旅人算	§ 9
		周回算	§ 10	流水算	§ 11
		通過算	§ 12	ダイヤグラム	§ 13
5		場合の数（数え上げ）	§ 21	場合の数と基本公式	§ 22
		確率	§ 23	反復試行の確率	§ 24
6		多角形	§ 25	相似	§ 26
		円と円弧図形	§ 27		
基本演習① 数的推理					
7	判断推理	2集合の対応関係	§ 3	3集合以上の対応関係	§ 4
		シフト勤務・時間割	§ 5	プレゼント交換	§ 6
8		順位的順序関係	§ 10	順位変動	§ 11
		数量的順序	§ 12	時計のずれ	§ 13
9		折り返し	§ 14		
		方位	§ 15	部屋割り・座席	§ 16
		円卓	§ 17		
10		リーグ戦	§ 7	トーナメント戦	§ 8
		推量推理	§ 9		
11		暗号	§ 18	うそつき発言	§ 19
		操作手順	§ 20		
12		集合	§ 1	命題と論理	§ 2
基本演習② 判断推理					
13	空間把握	正多面体の性質		展開図	
		切断図			
14		投影図		サイコロの問題	
		立体構成			
15		軌跡		円盤の回転	
		回転体		平面構成	
	位相		最短経路		
16	資料解釈	実数の資料		構成比の資料	
17		指数の資料		増加率、減少率の資料	
		相関図		三角図表(三角グラフ)	
基本演習③ 空間把握・資料解釈					

※当講義進度表は、TAC直営校及びTAC通信講座受講生のものになります。大学学内講座等ではカリキュラムが異なる場合がございますので予めご了承ください。

※上記講義、サービスはカリキュラムに含まれていないコースもあります。

SPI 非言語と数的処理の対応

近年、一次試験に SPI を使用する自治体が増えています。ここでは、SPI 非言語の単元と数的処理の単元の対応を示しておきます。下表を見ると、多くの単元(テーマ)が重なっており数的処理の学習は、SPI 非言語の学習にも多くの利点をもたらしてくれることが分かります。

SPI 非言語—数的処理 単元（テーマ）対応表

SPI 非言語 単元	数的処理 単元
	テキスト [上/下巻 セクション番号]
文章題：鶴亀算，年齢算など	上 § 1
割合：割合，濃度など	上 § 4～7
金額の計算：損益算，団体割引，分割払い，代金の清算	上 § 4～7
物の流れと比率	上 § 4～7
速さ：時刻表，旅人算，流水算，通過算など	上 § 8～12
仕事算	上 § 14
整数：N 進法，数列など	上 § 18, 19
場合の数・確率	上 § 21～24
不等式と領域；線形計画法など	下 § 19
集計表	上 § 1
推論：人口密度，平均	上 § 4～7
推論：命題	上 § 2
推論：対応	上 § 3～4
推論：対戦（リーグ戦，トーナメント戦）	上 § 7, 8
推論：順序	上 § 10
推論：位置	上 § 16
推論：発言	上 § 19
推論：数量，内訳	上 § 9
推論：展開図	下 § 2
図形の計量（長さ，角度，面積）	上 § 25～27, 下 § 20
空間図形：切断，サイコロ，積み木など	下 § 3, 5, 6
図形の移動：回転，折り紙，規則性など	下 § 7～9
図表の読み取り，長文読み取り計算	下 § 12～13, § 16

数的処理 テキスト（上）

目次

■ 数的推理

§ 1	文章題	P3
§ 2	不定方程式	P7
§ 3	不等式／過不足算	P10
§ 4	比	P13
§ 5	割合	P17
§ 6	濃度と混合	P20
§ 7	平均	P25
§ 8	速さの3式と3要素	P28
§ 9	旅人算	P33
§ 10	周回算	P37
§ 11	流水算	P40
§ 12	通過算	P43
§ 13	ダイヤグラム	P48
§ 14	仕事算	P52
§ 15	ニュートン算	P55
§ 16	倍数と約数	P58
§ 17	剰余の問題	P65
§ 18	N進法（記数法）	P70
§ 19	数列と規則性	P73
§ 20	その他の整数問題	P78
§ 21	場合の数（数え上げ）	P81
§ 22	場合の数と基本公式	P87
§ 23	確率	P99
§ 24	反復独立試行の確率	P105
§ 25	多角形	P109
§ 26	相似	P122
§ 27	円と円弧図形	P130

■ 判断推理

§ 1	集合	P141
§ 2	命題と論理	P152
§ 3	2集合の対応関係	P161
§ 4	3集合以上の対応関係	P168
§ 5	シフト勤務・時間割	P172
§ 6	プレゼント交換	P178
§ 7	リーグ戦	P183
§ 8	トーナメント戦	P190
§ 9	数量推理	P194
§ 10	順位的順序関係	P200
§ 11	順位変動	P205
§ 12	数量的順序	P208
§ 13	時計のずれ	P213
§ 14	折り返し	P217
§ 15	方位	P220
§ 16	部屋割り・座席	P230
§ 17	円卓	P239
§ 18	暗号	P244
§ 19	うそつき発言	P251
§ 20	操作手順	P260

数的推理

要点整理

1 文章題の解き方

文章題では、次の点に留意しながら解いていくとよい。

- (1) 文章をよく読んで、設定を正確に読み取る。このとき、選択肢も必ず見るようにする。重要なところには、アンダーラインを引いたり、囲みを付けたりしながら、文章に書かれている状況やテーマを把握する。
- (2) 状況やテーマに応じて、図を書いたり、表に整理したりする。
- (3) 目標(求めたい量や知りたい量)を明確にする。求めたい量や知りたい量= x とおくと上手くいくことが多い。

〈注意〉 x には、例えば「 x (人)」、「 x (円)」、「 x (個)」などの単位を付けるだけで、かなり具体的になる。また、文字の置き過ぎに注意する。置き過ぎると、計算が大変になるばかりでなく、何を求めればよいのか迷ってしまい、正解までたどり着けなくなってしまう。

- (4) 通常、未知数(文字)の数と式の数が等しいとき、解が1組定まる。

2 連立方程式

- (1) 連立方程式の解き方の原則は1文字ずつ未知数を消去することである。
- (2) 解法には代入法と加減法の2つの方法がある。

例 次のような連立方程式の解は次のように求めることができる。

$$\begin{cases} 2x-3y=1 \\ -x+2y=0 \end{cases}$$

① 代入法

一方の式を x または y について解き、もう一方の式に代入することで、1文字消去する方法

下の式を移項して $x=2y$ とし、上の式に代入すれば、上の式の左辺は $2 \times 2y - 3y = 4y - 3y = y$ となるから、 $y=1$ を得る。したがって、 $x=2y$ に $y=1$ を代入して、 $x=2$ となる。

よって、この連立方程式の解は $x=2$ および $y=1$ である。

② 加減法

x または y の係数をそろえて、2つの式を足したり引いたりして、1文字消去する方法

下の式の両辺を2倍して上の式と並べ、式を足し算する。このとき、足し方は x の項どうし、および y の項どうしを足す。その結果、 $y=1$ となる。

この計算により、 x の項が消去できたので、あとは、 $-x+2y=0$ に $y=1$ を代入して移項すれば、 $x=2$ を得る。

よって、この連立方程式の解は $x=2$ および $y=1$ である。

3 年齢算

文章題には様々なテーマが存在するが、公務員試験で出題されるもの有名なものに「年齢算」がある。「10年後の年齢はAがBの2倍になる」のような、何年か前や後の年齢に関する文章題を「年齢算」という。年齢算では、次式を用いて立式する。

公式	(今日から)ピットリ n 年前の年齢 $=$ (現在の年齢) $-n$ (歳) (今日から)ピットリ n 年後の年齢 $=$ (現在の年齢) $+n$ (歳)
----	--

例題1	
あるコンサートではA席，B席の2種類のチケットを発売しており，チケット1枚あたりの価格はA席が8,000円，B席が6,000円である。発売期間終了後の発表では，2種類で合計2,000枚発売し，1,360万円の売上があったという。A席のチケットは何枚売れたか。	
1. 500枚 2. 600枚 3. 700枚 4. 800枚 5. 900枚	

解説

A席のチケットの販売枚数 $=x$ (枚)，B席のチケットの販売枚数 $=y$ (枚)とおく。このとき，「2種類で合計2,000枚販売した」ので，次の式で表せる。

$$x+y=2000\cdots①$$

また，「チケット1枚あたりの価格はA席が8,000円，B席が6,000円である」ことと「1,360万円の売上があった」ので，これは次の式で表せる。

$$8000x+6000y=13600000\cdots②$$

②は両辺を2000で割ることで係数を小さくできる。

$$4x+3y=6800\cdots③$$

① $\times 3$ を計算により， $3x+3y=6000\cdots④$ として，③の y の係数である3に揃える。

加減法を用い，③ $-$ ④で $3y$ を消去すれば，

$$\begin{array}{rcl} 4x+3y & = & 6800 \\ -) 3x+3y & = & 6000 \\ \hline x & = & 800 \end{array}$$

となり，A席の販売枚数は800枚であることがわかる。

正解 4

問題編

問題1-1

国家専門職H22

ある家では、ペットボトルの天然水を毎月8本消費する。従来はすべてスーパーで購入していたが、通信販売で6本入りケースを購入すると、1本当たりの価格はスーパーの半額であり、別途、1回の配送につき、ケース数にかかわらず一律の配送料金がかかることが分かった。また、毎月、通信販売で1ケースを、スーパーで残り2本を購入すると月ごとの経費は従来より300円安くなり、3か月間に2回、通信販売で2ケースずつ購入すると月ごとの平均経費は従来より680円安くなること分かった。このとき、スーパーでの1本当たりの価格はいくらか。

1. 160円
2. 180円
3. 200円
4. 220円
5. 240円

解説

求めたいペットボトルの天然水の「スーパーでの1本当たりの価格」を x (円/本)とおく。このとき、「通信販売で6本入りケースを購入すると、1本当たり価格はスーパーの半額」になるので、通信販売における1本当たりの価格は $0.5x$ (円/本)である。また、通信販売では1回の配送につき、ケース数にかかわらず一律の配送料金がかかるので、この配送料金を y (円/回)とおく。

「毎月、通信販売で1ケース(6本)を、スーパーで残り2本を購入すると月ごとの経費は従来(6+2=8本すべてをスーパーで購入)より300円安くなり」を式にすれば、 $(0.5x \times 6 + y) + x \times 2 = x \times 8 - 300$ となり、 $3x - y = 300$ …①が成り立つ。「3か月間に2回、通信販売で2ケースずつ購入すると月ごとの平均経費は従来より680円安くなる」ことが分かったとあるので、3か月の合算で式を立てれば、 $(0.5x \times 6 \times 2 + y) \times 2 = x \times 8 \times 3 - 680 \times 3$ となり、 $6x - y = 1020$ …②が成り立つ。

①、②を連立して解けば、 $x = 240$ (円/本)となる。

正解 **5**

問題1-2

特別区 I 類H18

両親と3姉妹の5人家族がいる。両親の年齢の和は、現在は3姉妹の年齢の和の3倍であるが、6年後には3姉妹の和の2倍になる。また、4年前には父親と三女の年齢の和が、母親・長女及び次女の年齢の和と等しかったとすると、現在の母親・長女・及び次女の年齢の和はどれか。

1. 42
2. 44
3. 46
4. 48
5. 50

解説

年齢算と呼ばれる問題である。(今日から)ピッタリ n 年後の年齢は、現在の年齢 $+n$ (歳)となる。これを用いて立式する。

5人家族各々の年齢を未知数とすると、文字が5つも必要になってしまう。そこで、文字を少なくすることを考え、冒頭の2つの条件より、現在の両親の年齢の和、現在の三姉妹の年齢の和をそれぞれ x (歳)、 y (歳)とおく。

1つ目の条件「両親の年齢の和は、現在は3姉妹の年齢の和の3倍」より、 $x=3y$ …①と表せる。

2つ目の条件「両親の年齢の和は、6年後には3姉妹の和の2倍になる」より、 $x+6\times 2=(y+6\times 3)\times 2$ …②と表せる。

①を②に代入して x を消去すれば、 $3y+6\times 2=2y+6\times 6$ より、移項すれば $y=6\times (6-2)=24$ となり、 $x=3\times 24=72$ を得る。ゆえに、 x =現在の両親の年齢の和 $=72$ (歳)、 y =現在の三姉妹の年齢の和 $=24$ (歳)である。これにより、現在の家族5人の年齢の合計は、 $72+24=96$ (歳)になる。

ここで、現在の母親・長女及び次女の年齢の和を z (歳)とすると、現在の父親と三女の年齢の和は $96-z$ (歳)と表せる。したがって、「4年前の父親と三女の年齢の和」 $= (96-z)-4\times 2$ (歳)、「4年前の母親・長女及び次女の年齢の和」 $= z-4\times 3$ (歳)と表せる。

ここで、3つ目の条件「4年前には父親と三女の年齢の和が、母親・長女及び次女の年齢の和に等しかった」より、 $(96-z)-4\times 2=z-4\times 3$ が成り立ち、これを解けば、 $z=50$ (歳)となる。

正解 5

§2

不定方程式

要点整理

1 不定方程式

未知数の個数が方程式の数より多いとき、解が定まらない「不定」方程式となる。数的処理の不定方程式の問題では、解に自然数や0以上の整数という条件が付くので、これを利用して解くことが多い。

2 不定方程式の解法

- (1) 選択肢を利用する。選択肢が「(ありうる)解の候補」になっていることが多い。このような場合は、選択肢を逐次代入していくとよい。
- (2) 連立の不定方程式では、未知数を減らす。
- (3) 解が整数や自然数であることを利用して、解の範囲を絞り込む。
- (4) 倍数に着目する。

例 方程式 $2x+3y=17$ の解が自然数となるとき、解をすべて求めよ。

y は自然数であり、 $3y$ は17より小さいので、 $y=1, 2, 3, 4, 5$ に絞れる[解法(3)]。さらに、 $2x$ は偶数(=2の倍数)であり、17は奇数なので、 $3y$ は奇数である[解法(4)]。したがって、 $y=1, 3, 5$ に絞れる[解法(3)]。

・ $y=1$ のとき $2x+3\times 1=17$ より $x=7$

・ $y=3$ のとき $2x+3\times 3=17$ より $x=4$

・ $y=5$ のとき $2x+3\times 5=17$ より $x=1$ となる[解法(1)]。

よって、解は $(x, y)=(7, 1), (4, 3), (1, 5)$ となる。

例題2

太郎君は1個90円のリンゴを，花子さんは1個130円のリンゴをそれぞれ何個か買ったところ，2人が支払った代金の合計は8,100円であった。

このとき，花子さんが買ったリンゴの個数として，あり得るのはどれか。

1. 48個
2. 50個
3. 54個
4. 58個
5. 63個

解説

太郎君の購入したリンゴの個数を x (個)，花子さんの購入したリンゴの個数を y (個)とおく。このとき，求めたいのは y である。

条件より， $90x+130y=8100$ …①と立式できる。

未知数(文字)が x ， y の2つに対して，方程式が①の1つしか立たず，未知数の数が方程式の数より多いので，**不定方程式**の問題であることがわかる。

①の両辺を10で割った， $9x+13y=810$ …②について， x と y が自然数であることに着目すれば， $9x$ は9の倍数であり， $13y$ は13の倍数である。②の各項で共通する倍数に注目すると，810も9の倍数であることから，移項して右辺に9の倍数を集めると，②は $13y=810-9x=9(90-x)$ …③と変形できる。すると，③の右辺は9の倍数なので，等号で結ばれた③の左辺も(13の倍数でもあるが)9の倍数となり， y は9の倍数といえる。

選択肢には，花子さんの購入したリンゴの個数 y (個)の「**あり得るもの**」が1つだけ含まれており，9の倍数でない選択肢1，2，4はありえない。選択肢3の $y=54$ (個)か選択肢5の $y=63$ (個)に絞れる※。

$y=54$ (個)のとき，②に代入すれば $x=12$ (個)となり， x ， y のいずれも自然数となるが， $y=63$ (個)のとき， $x=-1$ (個)となり，自然数とならず不適である。

※ 選択肢3の $y=54$ (個)か選択肢5の $y=63$ (個)に絞れた時点で，どちらか一方の値だけを②に代入すればよい。代入する数値は計算の簡単な方(一般的に数値の小さい方)を選ぶと良い。

正解 3

問題編

問題1-3

国家一般職H24

80円、30円、10円の3種類の切手を、合わせて30枚、金額の合計でちょうど1,640円になるように買いたい。このような買い方に合致する切手の枚数の組合せは何通りか。

1. 1通り
2. 2通り
3. 3通り
4. 4通り
5. 5通り

解説

買う枚数をそれぞれ、80円切手を x (枚)、30円切手を y (枚)、10円切手を $30-x-y$ (枚)とおき、**金額の合計に関する式を作ると**、次のようになる。

$$80x+30y+10\times(30-x-y)=1640$$

整理すると、

$$7x+2y=134\cdots\textcircled{1}$$

となる。①を倍数がわかりやすいように変形すると、次のようになる。

$$7x=2(67-y)\cdots\textcircled{2}$$

②を見れば、 $(67-y)$ は**0より大きく67より小さい7の倍数**であり(右図)、「切手は合わせて30枚」なので、30円切手の枚数 y (枚)は30より小さい数である。右図の中で、 y が30を超えるものを除けば、 $(67-y)$ として考えられるのは、42、49、56、63に**絞り込める**。そこで、**これらの数をそれぞれ②に代入して検討**してみる。

ざっと見積もれば、
 $67-y=7, 14, 21, 28, 35, 42,$
 $49, 56, 63$
が考えられる。

(1) $67-y=42$ のとき、 $y=25$ で、②より $7x=2\times 42$ となり、 $x=12$ となる。 $x+y>30$ となり不適。

(2) $67-y=49$ のとき、 $y=18$ で、②より $7x=2\times 49$ となり、 $x=14$ となる。 $x+y>30$ となり不適。

(3) $67-y=56$ のとき、 $y=11$ で、②より $7x=2\times 56$ となり、 $x=16$ となる。 $x+y<30$ となり条件を満たす。

(4) $67-y=63$ のとき、 $y=4$ で、②より $7x=2\times 63$ となり、 $x=18$ となる。 $x+y<30$ となり条件を満たす。

よって、買い方は2通りとなる。

正解 2

§3

不等式/過不足算

要点整理

1 不等式

等式と同様に、移項して「 $x \geq \dots$ 」や「 $x \leq \dots$ 」の形に変形していく。このとき、負の数を掛ける(割る)と不等号の向きが入れ替わることに注意すること。

例1 $3 > -5$ の両辺に -1 を掛けると $-3 < 5$ となる。

例2 不等式 $-2x \geq 6$ を解くとき、両辺に $-\frac{1}{2}$ を掛けると、不等号の向きが変わり、 $x \leq -3$ となる。

2 不等式の文章題

(1) 不等式の立式

大小関係を表す条件を式で表す。

① 「AはBより大きい(多い)」 $\Leftrightarrow$ 「 $A = \boxed{\text{Bより大きい}} > B$ 」 $\Leftrightarrow$ 「 $A > B$ 」 ※ $A=B$ は含まない

② 「AはBより小さい(少ない)」 $\Leftrightarrow$ 「 $A = \boxed{\text{Bより小さい}} < B$ 」 $\Leftrightarrow$ 「 $A < B$ 」 ※ $A=B$ は含まない

③ 「AはB以上である」 $\Leftrightarrow$ 「 $A = \boxed{\text{B以上}} \geq B$ 」 $\Leftrightarrow$ 「 $A \geq B$ 」 ※ $A=B$ を含む

④ 「AはB以下である」 $\Leftrightarrow$ 「 $A = \boxed{\text{B以下}} \leq B$ 」 $\Leftrightarrow$ 「 $A \leq B$ 」 ※ $A=B$ を含む

⑤ 「AはB未満である」 $\Leftrightarrow$ 「 $A = \boxed{\text{B未満}} < B$ 」 $\Leftrightarrow$ 「 $A < B$ 」 ※ $A=B$ は含まない

※ 「PはQより n (だけ)大きい」は、不等式ではなく等式「 $P=Q+n$ 」で表現される。このように、「大きい」や「小さい」という言葉だけで判定しないようにすること。

(2) ややこしい例を挙げておく。文章の意味を理解しながら立式すること

① 「PはQより5歳年上だ」 $\Leftrightarrow$ 「 $P=Q+5(\text{歳})$ 」

② 「PはQより5歳以上年上だ」 $\Leftrightarrow$ 「 $P=Q+\boxed{5(\text{歳以上})} \geq Q+5(\text{歳})$ 」 $\Leftrightarrow$ 「 $P \geq Q+5(\text{歳})$ 」

③ 「PはQより5歳年下だ」 $\Leftrightarrow$ 「 $P=Q-5(\text{歳})$ 」

④ 「PはQより5歳以上年下だ」 $\Leftrightarrow$ 「 $P=Q-\boxed{5(\text{歳以上})} \leq Q-5(\text{歳})$ 」 $\Leftrightarrow$ 「 $P \leq Q-5(\text{歳})$ 」

3 過不足算(過不足の不等式)

「AをBに配分すると、Aに過剰分や不足分が発生する」という条件から、不等式を立式する問題である。不等式の定番問題である。

例題3

ある本数の鉛筆を子供たちに配ることにした。それぞれの子供に3本ずつ配ると32本余り、4本ずつ配ると15本より多く余った。そこで、6本ずつ配ると鉛筆が15本以上不足した。このとき、子供の人数として正しいのはどれか。

1. 13人
2. 14人
3. 15人
4. 16人
5. 17人

解説

子供の人数を x (人)、鉛筆の本数を y (本)とする。

「それぞれの子供に3本ずつ配ると32本余る」ので、この条件は $y=3x+32$ (本)…①と表せる。

「4本ずつ配ると15本より多く余った」とあるので、この条件は $y=4x+\boxed{15\text{本より多い}}>4x+15$ 、つまり、 $y>4x+15$ …②と表せる。

「6本ずつ配ると鉛筆が15本以上不足した」とあるので、この条件は $y=6x-\boxed{15\text{本以上}}\leq 6x-15$ 、つまり、 $y\leq 6x-15$ …③と表せる。

①を②と③に代入し、 y を消去すれば、 $3x+32>4x+15$ および $3x+32\leq 6x-15$ となり、これを整理すると、 $\frac{47}{3}\leq x<17$ となる。 $\frac{47}{3}=15.666\cdots$ より、 $15.666\cdots\leq x(\text{人})<17$ を満たす人数(自然数) x は16のみとなる。

正解 4

問題編

問題1-4

東京都 I 類H29

ある催し物の出席者用に6人掛けの長椅子と4人掛けの長椅子を合わせて21脚用意した。6人掛けの長椅子だけを使って6人ずつ着席させると、36人以上の出席者が着席できなかった。6人掛けの長椅子に5人ずつ着席させ、4人掛けの長椅子に4人ずつ着席させると、12人以上の出席者が着席できなかった。また、6人掛けの長椅子に6人ずつ着席させ、4人掛けの長椅子に4人ずつ着席させると、出席者全員が着席でき、席の余りもなかった。このとき、出席者の人数として、正しいのはどれか。

1. 106人
2. 108人
3. 110人
4. 112人
5. 114人

解説

6人掛けの長椅子と4人掛けの長椅子の数をそれぞれ x (脚)、 y (脚)とする。

最初の条件「6人掛けの長椅子と4人掛けの長椅子を合わせて21脚用意した」より、 $x+y=21$ …①が成り立つ。また、最後の条件「6人掛けの長椅子に6人ずつ着席させ、4人掛けの長椅子に4人ずつ着席させると、出席者全員が着席でき、席の余りもなかった」より、出席者の人数は $6x+4y$ (人)であることがわかる。これを、便宜上 z (人)とする。つまり、 $z=6x+4y$ …②とする。

条件「6人掛けの長椅子だけを使って6人ずつ着席させると、36人以上の出席者が着席できなかった」より、 $z=6x+\boxed{36人以上} \geq 6x+36$ 、つまり、 $z \geq 6x+36$ …③が成り立つ。

また、条件「6人掛けの長椅子に5人ずつ着席させ、4人掛けの長椅子に4人ずつ着席させると、12人以上の出席者が着席できなかった」より、 $z=5x+4y+\boxed{12人以上} \geq 5x+4y+12$ 、つまり、 $z \geq 5x+4y+12$ …④が成り立つ。

②を③と④に代入し z を消去すれば、 $6x+4y \geq 6x+36$ および $6x+4y \geq 5x+4y+12$ となる。これを整理すると、それぞれ、 $y \geq 9$ 、 $x \geq 12$ を得る。①より、この不等式の中で条件を満たすのは、等号の成立する $x=12$ (脚)、 $y=9$ (脚)のときしかない。

よって、出席者の人数は $z=6 \times 12 + 4 \times 9 = 108$ (人)である。

正解 2

§14

仕事算

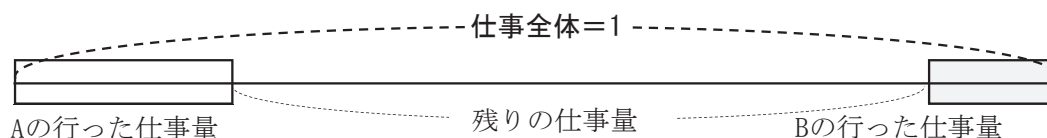
要点整理

1 仕事算

仕事の速さに関する問題で、**仕事の総量(全体)**が**変化しないもの**を仕事算という。仕事算の問題では、**仕事全体を1**とおく。また、仕事の速さが一定のとき、「**仕事の速さ** = $\frac{1}{\text{仕事を終えるのにかかる時間}}$ 」が成り立つ。

2 仕事算の立式

仕事算は速さの一種であるので、仕事全体を線分図で表し両端にAの行った仕事量、Bの行った仕事量を書くと、次のように立式できる。



$$(\text{仕事全体}) - (\text{2人の全日程での仕事の和}) = (\text{残りの仕事量})$$

※ 図を見ると、仕事算は出会い算の一種ともとらえることができる。また、仕事を完遂するとき、残りの仕事量は0になり、(2人の全日程での仕事の和) = (仕事全体1)となる。

例題15

ある仕事を仕上げるのに長崎君1人で15日かかり、佐賀君1人で10日かかる。この仕事を2人で一緒に行うことにしたが、途中で佐賀君が病気で5日休んだ。この仕事が完成するのにかかった日数として、正しいのはどれか。

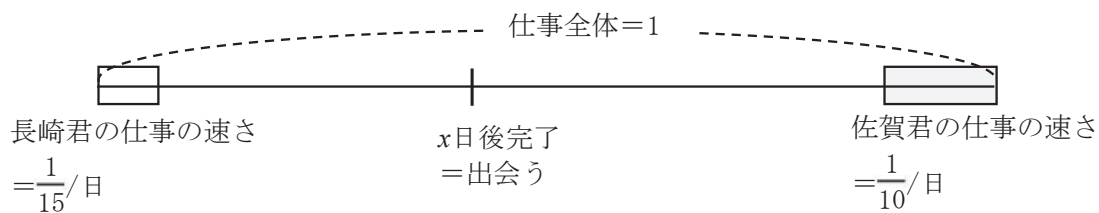
1. 7日
2. 8日
3. 9日
4. 10日
5. 11日

解説

仕事の総量(全体)を1とする。この仕事を終えるのに、長崎君は1人で15日かかり、佐賀君は1人で10日かかるので、彼らの仕事の速さは、長崎君、佐賀君それぞれ $\frac{1}{15}$ /日および $\frac{1}{10}$ /日である。

問題の条件で仕事を行うとき、この仕事の完成日数を x (日)とすれば、長崎君は x (日)仕事を行うが、佐賀君は5日休んだため、佐賀君の仕事の実働日数は $x-5$ (日)である。

したがって、 $\frac{1}{15}x + \frac{1}{10}(x-5) = 1$ が成り立つ。これを解くと、 $x=9$ (日)となる。



正解 3

問題編

問題1-15

特別区 I 類H23

ある作業をA, B, Cの3名で行う。1日に行う仕事量の割合が $A : B : C = 3 : 3 : 2$ であり、3名が休まずに仕事をすると30日で終了することがわかっている。今、作業の終了までにAが5日、Bが3日、Cが4日休むとき、この作業に要する日数はどれか。

1. 33日
2. 34日
3. 35日
4. 36日
5. 37日

解説

仕事の総量を1とする。1日に行う仕事量の割合が $A : B : C = 3 : 3 : 2$ なので、1日に行うA, B, Cの仕事の速さを、それぞれ a, b, c とすれば、 $a = 3k, b = 3k, c = 2k$ と表せる。したがって、1日あたり $3k + 3k + 2k = 8k$ で仕事が進む。3名が休まずに仕事をすると30日で終了するので、仕事の総量を1とすると、 $8k \times 30 = 1$ が成り立つ。

これを解けば、 $k = \frac{1}{240}$ となり、 $a = \frac{1}{80}, b = \frac{1}{80}, c = \frac{1}{120}$ となる。

実際に仕事を終えるのに要する日数を x (日)とすれば、作業の終了までにAが5日、Bが3日、Cが4日休むので、A, B, Cの実働日数はそれぞれ $x - 5$ (日)、 $x - 3$ (日)、 $x - 4$ (日)となる。この実働日数で、総量1の仕事を終えるので、次の式が成り立つ。

$$\frac{1}{80}(x-5) + \frac{1}{80}(x-3) + \frac{1}{120}(x-4) = 1$$

これを解くと、 $x = 34$ (日)となる。

正解 2

§15

ニュートン算

要点整理

1 ニュートン算

仕事の総量が増えているときの仕事の速さの問題。

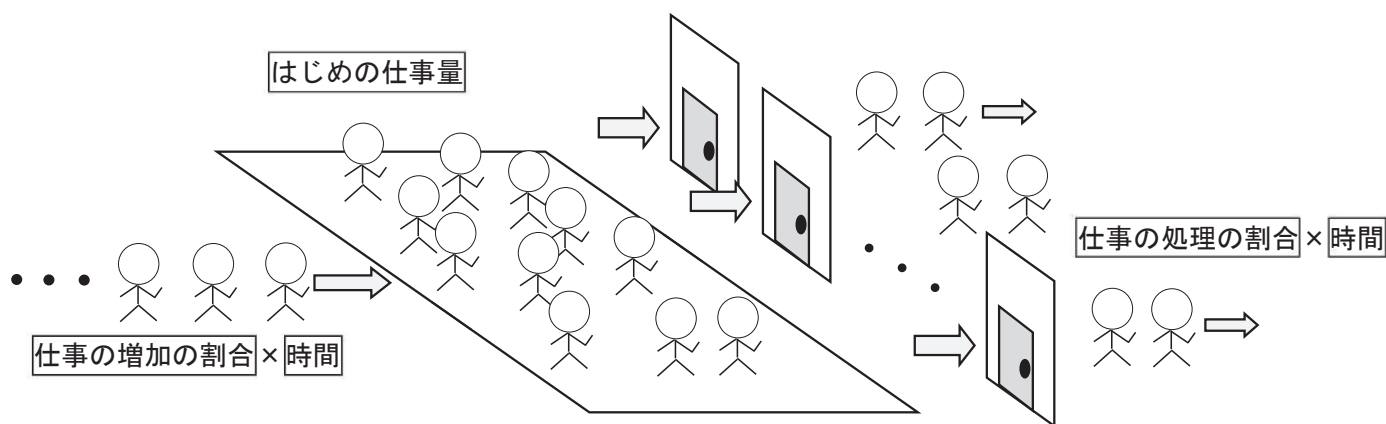
例 今、レポートの宿題を8つかかえていて、1日に3つずつ増えていくとする。これを4日で終えなくてはならないとすると、1日いくつのレポートを仕上げる必要があるだろうか。

求める数を x (つ/日)とすれば、4日間で仕上げるレポートの数は $8+3\times 4=20$ であり、これを1日 x ずつ、4日で終わらせるので、 $8+3\times 4-x\times 4=0$ である。これを解けば、 $x=5$ (つ/日)を得る。つまり、1日5つずつ終わらせれば4日で終わる。

2 ニュートン算の公式

上の例からもわかるように、ニュートン算では次式が成り立つ。

公式	$(\text{はじめの仕事量}) + (\text{仕事の増加の割合}) \times (\text{時間}) - (\text{仕事の処理(減少)の割合}) \times (\text{時間}) = (\text{残りの仕事量})$ ※ 仕事の増加の割合および仕事の処理(減少)の割合は単位時間あたりの量である。
----	---



ただし、上図のように、処理する窓口(扉)が複数ある場合は、仕事の処理(減少)の割合は窓口の数に比例して大きくなる。

仕事を完遂するときは、**おわりの仕事量は0**であり、

$$(\text{はじめの仕事量}) + (\text{仕事の増加の割合}) \times (\text{時間}) - (\text{仕事の処理の割合}) \times (\text{時間}) = 0$$

が成り立つ。これらは、覚えるというよりイメージをしながら理解したい。

ニュートン算では文字を3つ以上置き、連立方程式を3つ以上立てて解くことが多い。

例題16

ある遊園地では、開園前に行列が300人以上できた場合には、時間を繰り上げて開園することになっている。その日は開園前から入園希望者が毎分20人の割合で並び始めたので、開園時間前に行列が300人となり、その時点で開園した。開園後も同様の割合で行列に加わる者が続いたが、入場口を1つだけ開けたところ、15分で行列が解消した。入場口を2つ開けて開園していたとき、行列が解消する時間として、正しいのはどれか。

1. 3分
2. 5分
3. 7分
4. 9分
5. 11分

解説

300人並んでから毎分20人ずつ増えている状態で入場口を1つ開けたとき、行列が15分で解消したので、入場口1つに1分あたりに入場できる人数を x (人)とすれば、 $300 + 20 \times 15 - x \times 15 = 0$ が成り立つ。これを解けば、 $x = 40$ (人)となる。つまり、入場口1つに1分あたりに入場できる人数は40人である。

この入場口を2つ開けると、行列が解消する時間を t (分)とおけば、 $300 + 20 \times t - 40 \times 2 \times t = 0$ が成り立つ。これを解けば、 $t = 5$ (分)となる。つまり、300人の行列は入場口を2つ開けると5分で解消する。

正解 2

問題編

問題1-16

東京都 I 類H23

ある施設に設置されたタンクには、常に一定の割合で地下水が流入しており、このタンクにポンプを設置して排水すると、3台同時に使用したときは21分、4台同時に使用したときは15分でそれぞれタンクが空となる。この場合、このタンクを7分で空にするために必要なポンプの台数として、正しいのはどれか。ただし、排水開始前にタンクに入っていた水量はいずれも等しく、ポンプの毎分の排水量はすべて等しくかつ一定である。

1. 6台
2. 7台
3. 8台
4. 9台
5. 10台

解説

排水前にタンクに入っていた水量を a 、1分間に流入する地下水の量を x 、1台のポンプで1分間に排水する量を y とおく。

まず、ポンプを3台同時に使用したときは21分でタンクが空になるので、次の式が成り立つ。

$$a + x \times 21 - y \times 3 \times 21 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad a + 21x = 63y \cdots \text{①}$$

次に、ポンプを4台同時に使用したときは15分でタンクが空になるので、次の式が成り立つ。

$$a + x \times 15 - y \times 4 \times 15 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad a + 15x = 60y \cdots \text{②}$$

さらに、タンクを7分で空にするために必要なポンプの台数を t (台)とおくと、次の式が成り立つ。

$$a + x \times 7 - y \times t \times 7 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad a + 7x = 7ty \cdots \text{③}$$

①－②より、 $y = 2x \cdots \text{④}$ が得られ、④を①に代入すると、 $a = 105x \cdots \text{⑤}$ が得られる。これら④と⑤を③に代入すると、次の式が得られる。

$$105x + 7x = 7t \times 2x \cdots \text{⑥}$$

$x \neq 0$ より、⑥の両辺を x で割ると、 $105 + 7 = 14t$ となり、 t について解くと、 $t = 8$ (台)となる。

正解 3