二級建築士　総合学科本科生

【力学基礎講義 無料体験入学用】

構造テキスト（抜粋版）

（力学基礎１～６回講義分）

資格の学校
TAC

学科 Ⅲ

建築構造

学科Ⅲ　建築構造

第１編

構造力学

人命を預かる建築物を設計するうえで安全性は何よりも重要です。ここでは、建築物の構造が安全か否かを判断する際の基礎として、構造力学の考え方と計算の仕方を学びます。

序　章　数学の基礎知識
第1章　建築物に働く力
第2章　静定構造物の応力
第3章　部材の性質と応力度
第4章　建築物の振動

序章　数学の基礎知識

構造、特に構造力学を理解するうえでは、数学の知識は欠かせません。二級建築士試験を受けるにあたり、これだけはどうしても必要という「数学の基礎」について、例題を解きながらおさらいしましょう。

【力学で使われる主なアルファベット記号、ギリシャ文字記号と代表的な意味】

記号	代表的な意味	記号	代表的な意味	記号	代表的な意味
A	断面積	d	有効せい	デルタ δ	たわみ
E	ヤング係数	e	偏心距離	デルタ大 $\varDelta$	変形量
F	基準強度（材料強度）	f	許容応力度	エプシロン ε	縦ひずみ度
H	水平反力	f_t	許容引張応力度	イータ η	座屈低減係数
I	断面二次モーメント	f_c	許容圧縮応力度	シータ θ	回転角
M	モーメント	f_b	許容曲げ応力度	ラムダ λ	細長比
N	軸方向力	f_s	許容せん断応力度	シグマ σ	応力度
P	集中荷重	g	重力加速度	σ_t	引張応力度
P_k、P_e	弾性座屈荷重	h	高さ等	σ_c	圧縮応力度
Q	せん断力	i	断面二次半径	σ_b	曲げ応力度
R	反力	j	応力中心間距離	タウ τ	せん断応力度
S	断面一次モーメント	k	剛比、水平剛性（ばね定数）		
V	垂直反力、体積	l	スパン等		
W	荷重、合力	l_k	弾性座屈長さ		
Z	断面係数	n	安全率など		
		t	厚さなど		
		w	等分布荷重		

第 1 節　数学の基礎

1　比を求める

例題

a＝2bのとき、a：bを求めなさい。（a、bは整数とする）

解答

a、bのいずれかに1を入れて、具体的な値を求める。

●**解法1**　a＝1とする。a＝2bの式にa＝1を入れると、1＝2b

bを求めるために両辺を2で割って、$\frac{1}{2}$＝b

したがって、b＝$\frac{1}{2}$

aが1のとき、bは$\frac{1}{2}$になるから、

a：b＝1：$\frac{1}{2}$

a：b＝2：1　⬅　整数の比にするために両方に2をかける

●**解法2**　b＝1とすると、a＝2×1＝2

したがって、a：b＝2：1

例題

3 a＝4 bのとき、a：bを求めなさい。（a、bは整数とする）

解答

a＝1とする。3 a＝4 bの式にa＝1を入れると、3×1＝4 b

bを求めるために両辺を4で割って、$\frac{3}{4}$＝b

したがって、b＝$\frac{3}{4}$

aが1のとき、bは$\frac{3}{4}$になるから、

a：b＝1：$\frac{3}{4}$

a：b＝4：3 ← 整数の比にするために両方に4をかける

例題

5 a＝3 b＝4 cのとき、a：b：cを求めなさい。
（a、b、cは整数とする）

解答

5 a＝3 b＝4 cの式にa＝1を入れると、5×1＝3 b＝4 c

すなわち 5＝3 b＝4 c

①部分の5＝3 bからb＝$\frac{5}{3}$　②部分の5＝4 cからc＝$\frac{5}{4}$

したがって、a：b：c＝1：$\frac{5}{3}$：$\frac{5}{4}$

分母の3と4を消すために、a、b、cそれぞれに3×4をかける。

$1\times(3\times4):\frac{5}{\cancel{3}}\times(\cancel{3}\times4):\frac{5}{\cancel{4}}\times(3\times\cancel{4})=12:20:15$

例題

$\frac{1}{2}$a＝5 b＝$\frac{1}{3}$cのとき、a：b：cを求めなさい。
（a、b、cは整数とする）

解答

$\frac{1}{2}$a＝5 b＝$\frac{1}{3}$cの式にa＝1を入れると、$\frac{1}{2}$×1＝5 b＝$\frac{1}{3}$c

すなわち $\frac{1}{2}$＝5 b＝$\frac{1}{3}$c

①部分の$\frac{1}{2}$＝5 bからb＝$\frac{1}{10}$　②部分の$\frac{1}{2}$＝$\frac{1}{3}$cからc＝$\frac{3}{2}$

したがって、a：b：c＝1：$\frac{1}{10}$：$\frac{3}{2}$

分母の10と2を消すために、a、b、cそれぞれに10をかける。

10：1：$\frac{3}{2}$×10＝10：1：15

2 一次方程式

例題

$P\times 3l - P\times 2l - V\times 6l = 0$ のとき、V を P を用いて表しなさい。
ただし、V は未知数、P、l は既知数とする。

解答

❶ 未知数（求めたい数）と既知数（わかっている数）を見極める。未知数に印をつけるのも有効。
❷ すべての項に共通する文字を消す。
❸ 未知数を左辺に集め、既知数を右辺に集める。

❶ 未知数と既知数を見極める。

未知数

$$P\times 3l - P\times 2l - V\times 6l = 0$$

$$\underline{3Pl - 2Pl} - V\times 6l = 0$$

まとめる

$$Pl - V\times 6l = 0$$

❷ すべての項に共通する文字 l を消すために、すべてを l で割る。

$$\frac{P\cancel{l}}{\cancel{l}} - \frac{V\times 6\cancel{l}}{\cancel{l}} = \frac{0}{l}$$

$$P - 6V = 0$$

❸ 未知数を左辺に集め、既知数を右辺に集める。

$-6V = -P$ ⬅ P を右辺に移すと符号が逆になる

$6V = P$ ⬅ 両辺に -1 をかける

$\frac{6V}{6} = \frac{P}{6}$ ⬅ $V=\bigcirc P$ にするために両辺を6で割る

$$\underline{\underline{V = \frac{1}{6}P}}$$

例題

$V\times 4l - 2P\times 3l = 0$ のとき、V を P を用いて表しなさい。

解答

$V\times 4l - 2P\times 3l = 0$

$4Vl - 6Pl = 0$

$4V = 6P$ ⬅ $-6P$ を右辺に移すと符号が逆になる

$\frac{4V}{4} = \frac{6P}{4}$ ⬅ $V=\bigcirc P$ にするために両辺を4で割る

$$\underline{\underline{V = \frac{3}{2}P}}$$

例題

$-\frac{3}{2}P\times 5l - \frac{2}{3}V\times 2l = 0$ のとき、V を P を用いて表しなさい。

解答

$-\frac{3}{2}P\times 5l - \frac{2}{3}V\times 2l = 0$

$-\frac{3\times 5}{2}Pl - \frac{2\times 2}{3}Vl = 0$

$-\frac{15}{2}P\cancel{l} - \frac{4}{3}V\cancel{l} = 0$

$-\frac{4}{3}V = \frac{15}{2}P$ ⬅ $-\frac{15}{2}Pl$ を右辺に移すと符号が逆になる

$\frac{4}{3}V = -\frac{15}{2}P$ ⬅ 両辺に -1 をかける

$V = -\frac{15}{2}P\times\frac{3}{4}$ ⬅ $V=\bigcirc P$ にするために両辺に $\frac{3}{4}$ をかける

$\left(\frac{\cancel{4}}{\cancel{3}}V\times\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} = -\frac{15}{2}P\times\frac{3}{4}\right)$

$$\underline{\underline{V = -\frac{45}{8}P}}$$

例題

$P\times 2l-V\times\frac{l}{2}-3P\times\frac{l}{3}=0$のとき、$V$を$P$を用いて表しなさい。

解答

$P\times 2l-V\times\frac{l}{2}-3P\times\frac{l}{3}=0$

$2Pl-\frac{1}{2}Vl-Pl=0$

まとめる

$P\cancel{l}-\frac{1}{2}V\cancel{l}=0$

$-\frac{1}{2}V=-P$

$\frac{1}{2}V=P$

$\underline{\underline{V=2P}}$

例題

$\frac{3}{2}Vl+Vl-35Pl=0$のとき、VをPを用いて表しなさい。

解答

$\frac{3}{2}Vl+Vl-35Pl=0$

まとめる

$\left(\frac{3}{2}+1\right)Vl-35Pl=0$

$\left(\frac{3}{2}+\frac{2}{2}\right)Vl-35Pl=0$

$\frac{5}{2}V\cancel{l}-35P\cancel{l}=0$

$\frac{5}{2}V=35P$

$V=35P\times\frac{2}{5}=\underline{\underline{14P}}$

3 連立方程式

例題

$3Vl+Hl=35Pl$

$2Vl-Hl=0$

のとき、VとHをPを用いて表しなさい。（VとHが未知数、Pとlが既知数）

解答

まずは２つの式のすべての項に共通するlを消去する。

$3V+H=35P$……❶

$2V-H=0$　……❷

VとHの連立方程式を解くために、片方（ここではH）を消去して、残った片方（ここではV）の式にして解く。

●解法１　❷の式からHを求め、その値を❶の式のHへ代入してVだけの式をつくる。

❷の式から$-H=-2V$

$H=2V$　⬅　❷を$H=$○の式にする

これを❶のHに代入して、Vだけの式をつくる。

$3V+(2V)=35P$

$5V=35P$　$\therefore V=7P$

これを❷に代入して

$2\times(7P)-H=0$

$14P-H=0$

$-H=-14P$　$\therefore H=14P$

したがって、$\underline{\underline{V=7P\quad H=14P}}$

●解法２　❶の式と❷の式の左辺どうし、右辺どうしを足して、Vだけの式をつくる。

$$\begin{array}{lrl} & 3V+H & =35P\cdots\cdots❶ \\ +) & 2V-H & =0\quad\cdots\cdots❷ \\ \hline & 5V & =35P\cdots\cdots❶+❷ \end{array}$$

したがって、$V=7P$

これを❷に代入して、解法１と同様に$H=14P$

なお、この方法は、A＝B及びC＝Dが成り立つとき、
(A＋C)＝(B＋D)が成り立つことを利用している。

例題

$3V+2H=12P$……❶
$4V-3H=-P$……❷
のとき、VとHをPを用いて表しなさい。(VとHが未知数、Pが既知数)

解答

● **解法 1**　❷の式からHを求め、その値を❶の式のHへ代入してVだけの式をつくる。

❷の式から$-3H=-4V-P$

$3H=4V+P$

$H=\frac{1}{3}(4V+P)$　⬅　❷をH=◯の式にする

これを❶のHに代入して、Vだけの式をつくる。

$3V+2\times\frac{1}{3}(4V+P)=12P$

$9V+2(4V+P)=36P$　⬅　すべての項に3をかける

$9V+8V+2P=36P$

$17V=34P$　$\therefore V=2P$

これを❷に代入して

$4\times(2P)-3H=-P$

$8P-3H=-P$

$-3H=-9P$　$\therefore H=3P$

したがって、$\underline{\underline{V=2P\quad H=3P}}$

● **解法 2**　❶の式の全体を3倍、❷の式の全体を2倍して、ともに$6H$とし、❶の式と❷の式の左辺どうし、右辺どうしを足して、Vだけの式をつくる。

全体を×3

$3V+2H=12P$……❶　➡　$9V+6H=36P$……❶'

$4V-3H=-P$……❷　➡+)　$8V-6H=-2P$……❷'

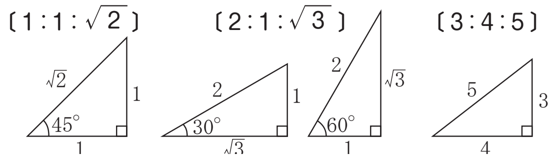
全体を×2　$17V=34P$……❶'+❷'

したがって、$\underline{\underline{V=2P}}$

これを❷に代入して、**解法1**と同様に、$\underline{\underline{H=3P}}$

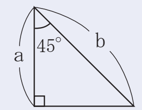
4　三角比

直角三角形の辺の比は以下となる。



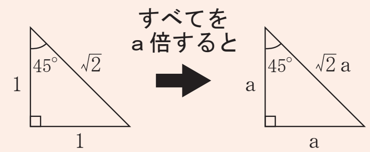
例題

bをaを用いて表しなさい。



解答

● **解法 1**



したがって、$\underline{\underline{b=\sqrt{2}\,a}}$

● **解法 2**　(内項の積) ＝ (外項の積) を使う。

$a:b=1:\sqrt{2}$　➡　$b\times1=a\times\sqrt{2}$

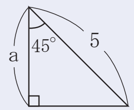
内項の積 $b\times1$

外項の積 $a\times\sqrt{2}$

したがって、$\underline{\underline{b=\sqrt{2}\,a}}$

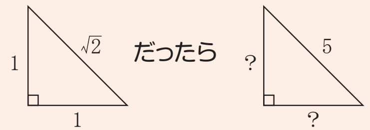
例題

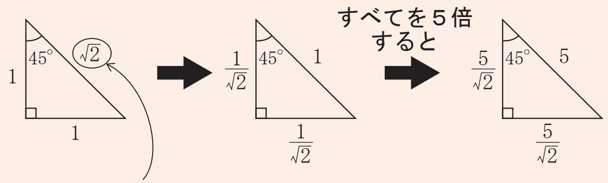
aの長さを求めなさい。



解答

●**解法1**　45°の直角三角形（辺の比が1：1：$\sqrt{2}$）の$\sqrt{2}$を5に換算したとき、1が換算される値がaとなる。最初から$\sqrt{2}$➡5には換算しにくいため、まずは$\sqrt{2}$➡1にした後、5倍する。





5に対応する$\sqrt{2}$を1にするため、
まずはそれぞれの辺を$\sqrt{2}$で割る。
$\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=1\right)$

したがって、　$a=\frac{5}{\sqrt{2}}$

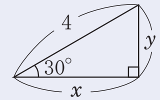
●**解法2**　$a:5=1:\sqrt{2}$

$\sqrt{2}\,a=5$

$a=\frac{5}{\sqrt{2}}$

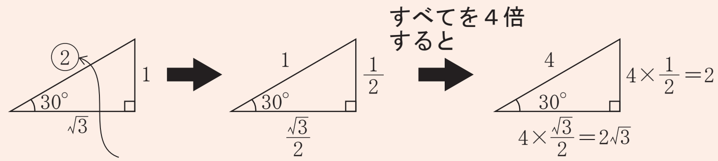
例題

x、yの長さを求めなさい。



解答

●**解法1**



4に対応する2を1にするため、
まずはそれぞれの辺を2で割る

したがって、　$x=2\sqrt{3}$　　$y=2$

●**解法2**　$x:4=\sqrt{3}:2$

$2x=4\sqrt{3}$

$x=2\sqrt{3}$

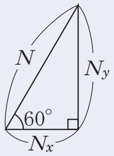
$y:4=1:2$

$2y=4$

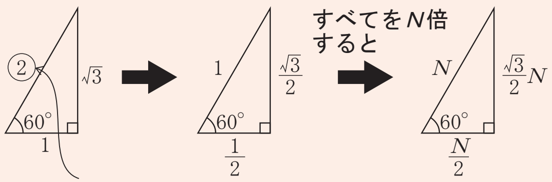
$y=2$

例題

N_x、N_yをNを用いて表しなさい。



解答



Nに対応する2を1にするため、
まずはそれぞれの辺を2で割る

したがって、$N_x=\frac{N}{2}$　$N_y=\frac{\sqrt{3}}{2}N$

5 分母の有理化

「分母の有理化」とは、分母に$\sqrt{\ }$を含まないようにすることをいう。

$\frac{4P}{\sqrt{2}}$の分母（$\sqrt{2}$）の$\sqrt{\ }$を取るには、分子と分母の両方に$\sqrt{2}$をかければよい。

$$\frac{4P}{\sqrt{2}}=\frac{4P}{\sqrt{2}}\times\underbrace{\boxed{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}}}_{これは1}=\boxed{\frac{4P\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}}=\frac{4\sqrt{2}P}{2}=2\sqrt{2}P$$

例題

$\frac{2P}{3\sqrt{3}}$の分母を有理化しなさい。

解答

$$\frac{2P}{3\sqrt{3}}=\frac{2P}{3\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}P}{3\times\underbrace{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}_{=3}}=\frac{2\sqrt{3}P}{9}$$

例題

$\frac{2P}{\sqrt{2}}$の分母を有理化しなさい。

解答

$$\frac{2P}{\sqrt{2}}=\frac{2P}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}P}{2}=\sqrt{2}P$$

6 単位の換算

例題

300㎝^{4}を㎜^{4}で表しなさい。

解答

まずは1㎝が何㎜かを考える。

1㎝＝10㎜のため、両辺を4乗して

(1㎝)^4＝(10㎜)^4

1^4㎝^{4}＝10^4㎜^{4} ⬅ (1㎝)^{4}を求める際、数値(1)と単位(㎝)が4乗される

1㎝^{4} ＝10^4㎜^{4}

したがって、300㎝^{4}＝300×10^4㎜^{4}＝3×10^2×10^4㎜^{4}＝3×10^6㎜^{4}

例題

300㎜⁴を㎝⁴で表しなさい。

解答

まずは１㎜が何㎝かを考える。

１㎝＝10㎜のため、両辺を10で割り、右辺と左辺を逆にして

１㎜＝10^{-1}㎝　←　$\frac{1}{10}=10^{-1}$となる

両辺を４乗して

(１㎜)^4＝(10^{-1}㎝)^4

1^4㎜^{4}＝(10^{-1})^4㎝^{4}　←　(１㎜)^{4}を求める際､数値(１)と単位（㎜）が４乗される

$\underline{1㎜^4\ =10^{-4}㎝^4}$

したがって、300㎜^{4}＝300×10^{-4}㎝^{4}＝３×10^2×10^{-4}㎝^{4}

＝$\underline{\underline{3\times10^{-2}㎝^4}}$(＝0.03㎝^{4})

例題

200,000N･㎜をkN･mで表しなさい。

解答

まずは１Nが何kNで、１㎜が何mかを考える。

１kN＝1,000Nなので、両辺に10^{-3}（＝$\frac{1}{1,000}$)をかけ、

右辺と左辺を逆にして$\underline{1N=10^{-3}kN}$

１m＝1,000㎜なので、両辺に10^{-3}（＝$\frac{1}{1,000}$)をかけ、

右辺と左辺を逆にして$\underline{1㎜=10^{-3}m}$

したがって、200,000N･㎜＝２×10^5N・㎜

＝２×10^5×10^{-3}kN×10^{-3}m

＝$\underline{\underline{2\times10^{-1}kN\cdot m}}$　(＝0.2kN･m)

第１章　建築物に働く力

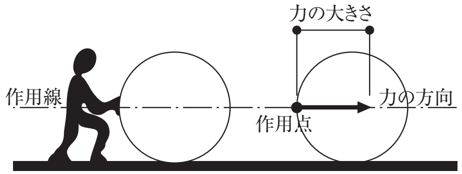
建築物に加わる力を荷重、建築物が地面と接する部分を支点といいます。また支点には、荷重によって建築物が動かないように、地面が押し返す力である反力が生じています。ここではまず、この反力を計算してみましょう。

第１節　力のつり合い

1　力及びモーメント

1　力の3要素

物体を押したり、引いたりすると物体には力が作用して移動します。その力を表すものに、力の大きさ、力の方向、力の作用点（力が作用する点）があり、これらを力の３要素と呼びます。



力の3要素

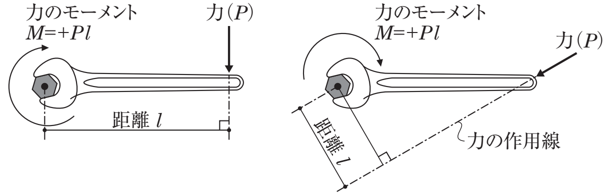
力の単位として、N（ニュートン）、kN（キロニュートン）が使われます。

2　モーメント

モーメントとは、ある点を中心として力が回転を起こす働きのことをいい、記号Mで表します。モーメントは、力に距離を乗じて求めますが、距離の取り方は図のように力の作用線に垂線を下ろした最短距離とします。

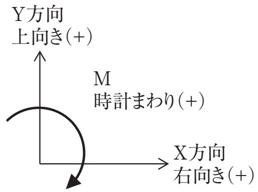
モーメントM＝力×距離(力の作用線に下ろした垂線の長さ)

モーメントの単位として、N･㎜、kN･mなどが使われます。



3 力及びモーメントの符号

本書では、後述する力のつり合い条件式を用いて反力や応力を計算するときに、力及びモーメントの正の方向を右図のように仮定します。



すなわち、水平方向（X方向）は右向き、鉛直方向（Y方向）は上向き、モーメントは時計回りを、それぞれ正（+）の方向とします。

2 力のつり合い

1 力のつり合い条件式

物体にいくつかの力が作用しているとき、その物体が移動も回転もしないで静止状態であれば、これらの力は「つり合っている」といいます。

力がつり合って物体が静止しているとき、X方向の力をすべて足したときに0となり、Y方向の力をすべて足したときに0となり、回転させようとするモーメントをすべて足したときに0になります。

例えば、地面に置かれた物体に右向きの力P（+の向き）が作用し、地面から同じ大きさPで左向き（−の向き）の力を受けたときに、X方向の力の合計は、+P−P=0となり、つり合っています。

力がつり合っているときに、次の3つの力のつり合い条件式が成り立ちます。

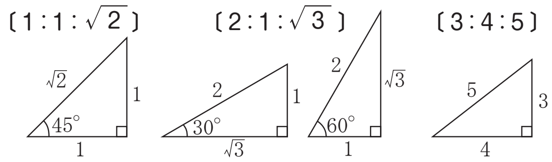
- ΣX＝0 X方向の力の総和が0
- ΣY＝0 Y方向の力の総和が0
- ΣM＝0 任意の点で、モーメントの総和が0

つり合い条件式のうち、ΣM＝0は、回転の中心をどの点に選んでも必ず成り立ちます。
「Σ」は、すべての数を足すという記号で、シグマと読みます。

2 力の分解

力のつり合い条件式ΣX＝0、ΣY＝0を使用するときに、例えば、力が斜め方向に作用している場合や、部材が斜めになっている場合には、力の向きや部材に生じる力を計算するときに、XY方向に分解してから力のつり合い条件式ΣX＝0、ΣY＝0を用います。

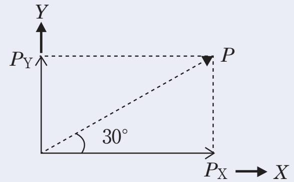
試験では、以下に示す直角三角形が出題されます。



図に示す、直角三角形の3辺の比は絶対に覚えましょう。$\sqrt{2}$≒1.41、$\sqrt{3}$≒1.73で、斜辺が一番長くなります。

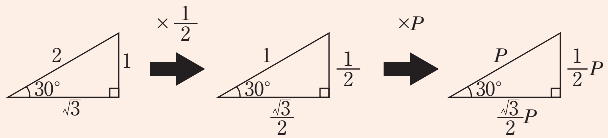
例題

X軸に対して30°の角度で力Pが作用するとき、PをX_Y方向に分解した力P_X、P_Yを求めなさい。



解答

30°を含む直角三角形の比は、図に示すとおり1：2：$\sqrt{3}$になる。すべての辺の長さを$\frac{1}{2}$倍して、力Pの辺の比2を1にする。次にすべての辺の長さをP倍すると、P_X、P_Yを求めることができる。



$$P_X=\frac{\sqrt{3}}{2}P$$

$$P_Y=\frac{1}{2}P$$

第２節 静定構造物

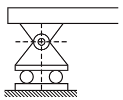
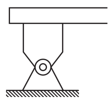
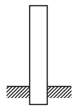
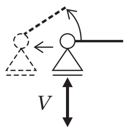
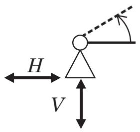
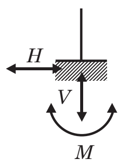
1 支点と反力

1 支点

支点とは構造物を支えている点をいい、その点において、構造物を支えている力を**反力**と呼びます。支点は、次の３種類に分けることができます。

- **移動支点**（ピンローラー）は、鉛直反力Vのみ生じます。
- **回転支点**（ピン）は、鉛直反力Vと水平反力Hの２つの反力が生じます。
- **固定端**（フィックス）は、鉛直反力V、水平反力H、モーメント反力Mの３つの反力が生じます。

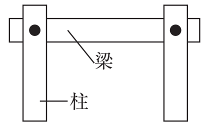
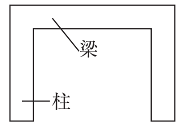
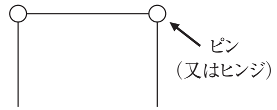
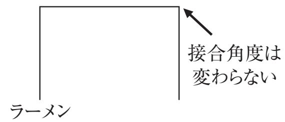
【支点の種類と反力】

	移動支点（ピンローラー）	回転支点（ピン又はヒンジ）	固定端（フィックス）
支　点			
記　号			
反力の種類	V：鉛直反力	V：鉛直反力 H：水平反力	V：鉛直反力 H：水平反力 M：モーメント（回転）反力

鉛直反力は、Vの他にRが使われることもあります。

2 節点

節点とは、柱と梁など部材と部材を接合している点で、次の２つがあります。**滑節点**（ピン又はヒンジ）は自由に回転する節点で、鉛直方向、水平方向の力を伝達します。**剛節点**は回転が拘束されている節点で、鉛直方向、水平方向の力、モーメントを伝達します。

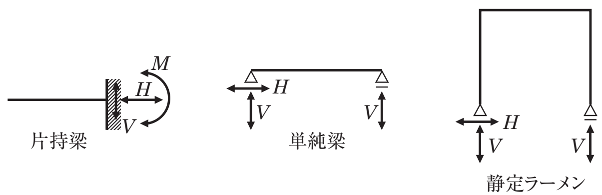
	滑節点（ピン節点又はピン複合）	剛節点（剛接合）
節　点		
記　号		
力の伝達	鉛直方向、水平方向の２つ	鉛直方向、水平方向、モーメントの３つ

2 静定構造物と不静定構造物

1 静定構造物

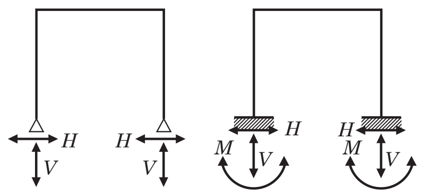
静定構造物とは、３つの力のつり合い条件式$\Sigma X=0$、$\Sigma Y=0$及び$\Sigma M=0$のみで反力を求めることができる構造物です。

静定構造物の主な種類には、片持梁、単純梁、静定ラーメンがあります。



2 不静定構造物

不静定構造物とは、図に示すように、4つ以上の反力が生じ、つり合い条件式のみでは反力を求めることができない構造物です。力のつり合い条件式のみでは反力を求めることができないので、変形も考慮して、反力を求める必要があります。



不静定ラーメン

二級建築士の問題では、過去に不静定構造物は出題されていませんので、解説は省略します。

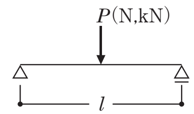
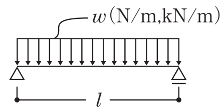
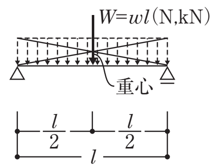
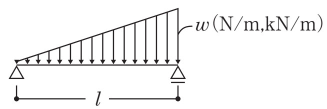
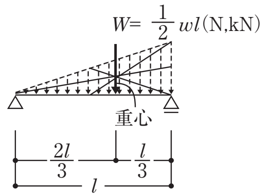
第 3 節 静定構造物の反力

1 静定構造物の反力計算

1 荷重の種類

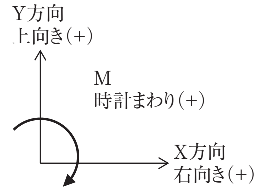
代表的な荷重は次のようになります。

反力計算を行うときには、**分布荷重は集中荷重に置き換えて、分布荷重の重心位置に集中荷重が作用する**と考えます。

荷重の状態		表　示	反力計算時の取り扱い
集中荷重	一点に集中して作用する荷重		そのまま力のつり合いを考える
等分布荷重	同じ大きさで、一様に分布する荷重		**重心に作用する集中荷重**に置き換える
等変分布荷重	一定の割合で、増加又は減少する分布荷重		**重心に作用する集中荷重**に置き換える

2 反力計算の手順

反力は、次の手順で求めます。



❶ **支点に反力を仮定する**

反力の向きは、一般に右図のプラス側に仮定します(問題文に反力のプラスの向きが指定されている場合は、それに従います)。

❷ **力のつり合い条件式により反力を求める**

- $\Sigma X = 0$
- $\Sigma Y = 0$
- $\Sigma M = 0$ （任意の点において）

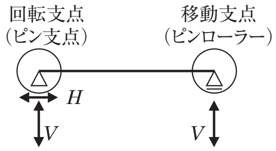
力のつり合い条件式を用いて反力を計算します。それぞれの方向ですべての力を足したものが0となる式を立てることで、不明な力である反力を求めます。

❸ 反力の向きを判断する

計算した結果の反力の値が＋なら仮定どおりの向きであり、－なら仮定と反対の向きです。

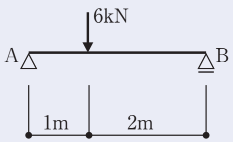
3 単純梁の反力計算

単純梁とは、回転支点（鉛直反力Vと水平反力H）と移動支点（鉛直反力V）で支持される梁で、反力の合計は３つになります。



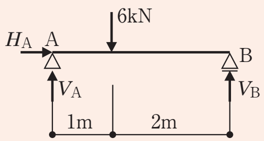
例 題

【集中荷重が作用する場合の反力計算】
図のような荷重を受ける単純梁の、支点A、Bに生じる鉛直反力V_A、V_Bの値を求めなさい。



解 答

● 支点に反力を仮定する



● H_Aを求める

X方向の荷重がないため、$H_A = 0$

● V_Aを求める

V_AはY方向の力であるが、$\Sigma Y = 0$のつり合い式を立てると、式中にV_A、V_Bの２つの反力が入ってしまい、これだけでは反力が求まらない。そこで、V_A以外の反力であるH_AとV_Bの作用線の交点であるB点で$\Sigma M_B = 0$を計算すると、反力V_Aを簡単に求めることができる。

$\Sigma M_B = 0$より

$(V_A \times 3\,\text{m}) - (6\,\text{kN} \times 2\,\text{m}) = 0$

$\therefore V_A = +4\,\text{kN}$（結果が＋なので仮定どおり上向き）

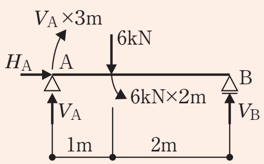
● $\Sigma Y = 0$より、V_Bを求める

$V_A - 6\,\text{kN} + V_B = 0$

$4\,\text{kN} - 6\,\text{kN} + V_B = 0$

$\therefore V_B = +2\,\text{kN}$

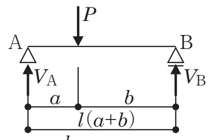
（結果が＋なので仮定どおり上向き）



$\Sigma M_B = 0$はB点を回転の中心としたときの、曲げモーメントの総和が０を表します。このように、最初に、求める反力の反対側の支点で$\Sigma M = 0$のつり合い式を計算すると、効率よく反力が求められます。

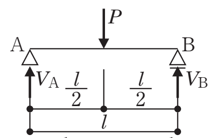
【覚えておくと便利な公式】

右図のような荷重が作用するとき、A、B両支点の鉛直反力は、長さの比で求めることができます。



$V_A = \frac{b}{l}P \quad V_B = \frac{a}{l}P$

また、荷重が支点に対して左右対称に作用している場合は、全荷重の$\frac{1}{2}$の大きさの反力が両支点に生じます。



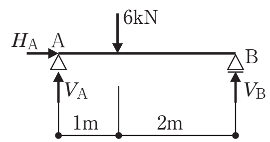
$V_A = \frac{1}{2}P \quad V_B = \frac{1}{2}P$

この公式を使って、例題の反力V_Aを求めると以下となります。

$$V_A = \frac{2\,\text{m}}{1\,\text{m} + 2\,\text{m}} \times 6\,\text{kN}$$

$$= \frac{2\,\text{m}}{3\,\text{m}} \times 6\,\text{kN}$$

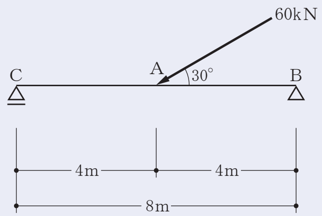
$$= +4\,\text{kN}（上向き）$$



例題

【傾斜集中荷重が作用する場合の反力計算】

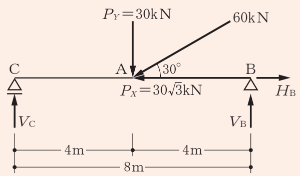
図のような荷重を受ける単純梁の、支点B、Cに生じる鉛直反力V_B、V_C及び支点Bに生じる水平反力H_Bの値を求めなさい。

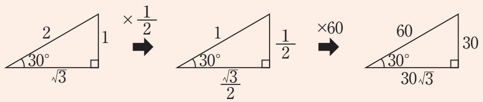


解答

- 支点に反力を仮定する
- 傾斜集中荷重をX、Y方向に分解する

X、Y方向に分解した力をP_X、P_Yとする。30°(60°)の直角三角形の辺の比(1:2:$\sqrt{3}$)を利用して、P_X、P_Yの大きさを求める。





$P_X=30\text{k}\sqrt{3}\,\text{kN}$(左向き)

$P_Y=30\text{kN}$(下向き)

X、Y方向に分解した力P_X、P_Yは、A点に働くものと考える。

- V_B、V_Cを求める

鉛直反力V_B、V_Cは、分解した鉛直方向の力$P_Y=30\text{kN}$によって生じ、P_Yはスパンの中央に作用しているので、V_B、V_Cは、P_Yの$\frac{1}{2}$の値になる。

$\therefore V_B=V_C=\frac{P_Y}{2}=\frac{30\text{kN}}{2}=+15\text{kN}$(上向き)

- $\Sigma X=0$より、H_Bを求める

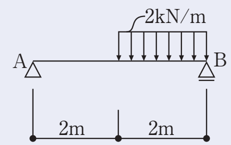
$H_B-30\sqrt{3}\,\text{kN}=0$

$\therefore H_B=+30\sqrt{3}\,\text{kN}$(右向き)

例題

【等分布荷重が作用する場合の反力計算】

図のような荷重を受ける単純梁の、支点A、Bに生じる鉛直反力V_A、V_Bの値を求めなさい。



解答

- 等分布荷重を集中荷重に置き換える

集中荷重=2kN/m×2m=4kN

- 支点に反力を仮定する

以降は、単純梁に集中荷重が作用した場合と同様である。

- $\Sigma M_B=0$より、V_Aを求める

$(V_A\times4\text{m})-(4\text{kN}\times1\text{m})=0$

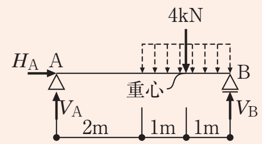
$\therefore V_A=+1\text{kN}$(上向き)

- $\Sigma Y=0$より、V_Bを求める

$V_A-4\text{kN}+V_B=0$

$1\text{kN}-4\text{kN}+V_B=0$

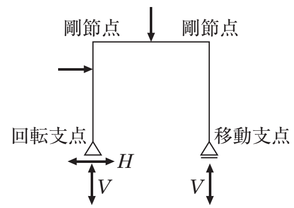
$\therefore V_B=+3\text{kN}$(上向き)



4 静定ラーメンの反力計算

柱と梁などの部材が剛接合された骨組をラーメンといい、単純梁同様に、一端が回転支点(鉛直反力Vと水平反力H)、他端が移動支点(鉛直反力V)で支持されたものを、静定ラーメンといいます。

反力計算の手順は、単純梁と同様です。

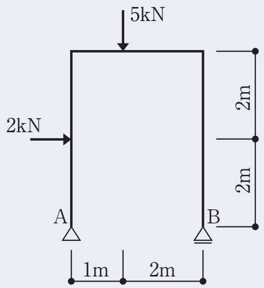


静定ラーメン

例題

【集中荷重が作用する場合の反力計算】

図のような荷重を受ける静定ラーメンの、支点A、Bに生じる鉛直反力V_A、V_B及び支点Aに生じる水平反力H_Aの値を求めなさい。



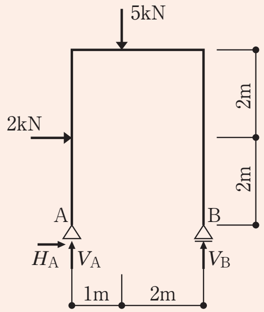
解答

- 支点に反力を仮定する
- $\Sigma X=0$より、H_Aを求める

  $H_A+2\,\text{kN}=0$

  $\therefore H_A=-2\,\text{kN}$（左向き）

  次に鉛直反力を求める。回転支点（A点）で$\Sigma M_A=0$を計算することで、V_Bを求めることができる。



- $\Sigma M_A=0$より、V_Bを求める

  $(2\,\text{kN}\times 2\,\text{m})+(5\,\text{kN}\times 1\,\text{m})$

  $-(V_B\times 3\,\text{m})=0$

  $4+5-3V_B=0$

  $\therefore V_B=+3\,\text{kN}$（上向き）
- $\Sigma Y=0$より、V_Aを求める

  $V_A-5\,\text{kN}+V_B=0$

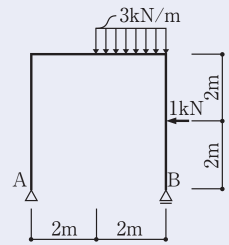
  $V_A-5\,\text{kN}+3\,\text{kN}=0$

  $\therefore V_A=+2\,\text{kN}$（上向き）

例題

【等分布荷重が作用する場合の反力計算】

図のような荷重を受ける静定ラーメンの、支点A、Bに生じる鉛直反力V_A、V_B及び支点Aに生じる水平反力H_Aの値を求めなさい。



解答

- 等分布荷重を集中荷重に置き換える

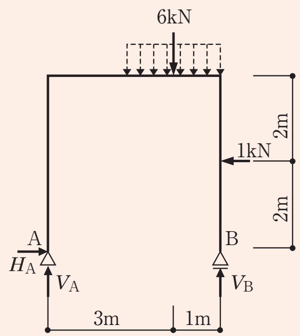
  集中荷重＝3kN/m×2m＝6kN
- 支点に反力を仮定する

  以降は、静定ラーメンに集中荷重が作用した場合と同様である。
- $\Sigma X=0$より、H_Aを求める

  $H_A-1\,\text{kN}=0$

  $\therefore H_A=+1\,\text{kN}$（右向き）

  次に鉛直反力を求める。回転支点（A点）で$\Sigma M_A=0$を計算することで、V_Bを求めることができる。



- $\Sigma M_A=0$より、V_Bを求める

  $(6\,\text{kN}\times 3\,\text{m})-(1\,\text{kN}\times 2\,\text{m})-(V_B\times 4\,\text{m})=0$

  $18-2-4V_B=0$

  $\therefore V_B=+4\,\text{kN}$（上向き）
- $\Sigma Y=0$より、V_Aを求める

  $V_A-6\,\text{kN}+V_B=0$

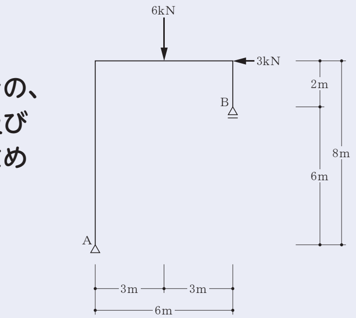
  $V_A-6\,\text{kN}+4\,\text{kN}=0$

  $\therefore V_A=+2\,\text{kN}$（上向き）

例題

【集中荷重が作用する場合の反力計算（支点の高さが異なる場合）】

図のような荷重を受ける静定ラーメンの、支点A、Bに生じる鉛直反力V_A、V_B及び支点Aに生じる水平反力H_Aの値を求めなさい。



解答

- 支点に反力を仮定する
- $\Sigma X = 0$より、H_Aを求める

  $H_A - 3\text{kN} = 0$

  $\therefore H_A = +3\text{kN}$（右向き）

  次に鉛直反力を求める。回転支点（A点）で$\Sigma M_A = 0$を計算することで、V_Bを求めることができる。

- $\Sigma M_A = 0$より、V_Bを求める

  $(6\text{kN} \times 3\text{m}) - (3\text{kN} \times 8\text{m})$

  $- (V_B \times 6\text{m}) = 0$

  $18 - 24 - 6V_B = 0$

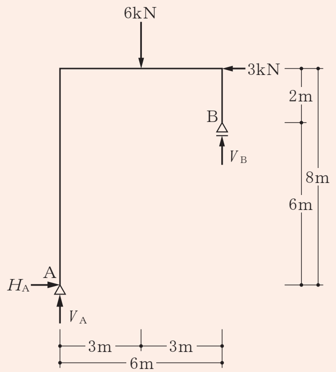
  $\therefore V_B = -1\text{kN}$（下向き）

- $\Sigma Y = 0$より、V_Aを求める

  $V_A - 6\text{kN} + V_B = 0$

  $V_A - 6\text{kN} - 1\text{kN} = 0$

  $\therefore V_A = +7\text{kN}$（上向き）



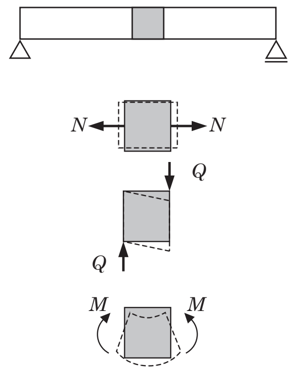
反力が２つある**回転支点A**を**回転の中心**にして$\Sigma M_A = 0$のつり合い式を計算すると、移動支点Bの鉛直反力V_Bが簡単に求められます。

第２章　静定構造物の応力

荷重と反力を合わせて外力といいます。建築物にこれら外力が作用した際、柱や梁などの部材内部に生じ、部材を変形させようとする力が応力です。ここでは反力に続いて、応力の計算をしてみましょう。

第１節　応　力

1　応力の種類

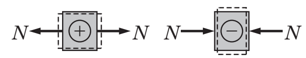


第１章で学習したように、建築物に荷重が作用すると、荷重につり合うように反力が生じます。**荷重と反力はともに部材の外部から加わる力であり、「外力」といいます。**

この外力によって、部材の内部には、引っ張られたり、圧縮されたり、ずらされたり、曲げられたりする力が生じます。**この部材の内部に生じる力を「応力」といいます。**応力は、右図のように、大きさが等しく、向きを反対とする**「つり合う１対の力」**です。

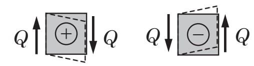
部材に生じる応力の種類は、軸方向力N、せん断力Q、曲げモーメントMの３種類です。

【1】軸方向力N（kN）



部材の材軸方向に生じる応力で、引張力と圧縮力があり、**引張力を（＋）、圧縮力を（－）**とします。

【2】せん断力Q（kN）



部材の材軸と直交する方向に作用する応力です。長方形の部材にせん断力が作用すると、平

TAC